

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

Departamento de Óptica



TESIS DOCTORAL

**Condición de acoplo en el sistema hololente-fibra
óptica :
análisis y optimización de la señal de salida**

TESIS DOCTORAL

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR

PRESENTADA POR

María Lourdes de Pedraza Velasco

Directora:

María Luisa Calvo Padilla

Madrid, 2002

ISBN: 978-84-669-0450-6

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

Facultad de Ciencias Físicas

Departamento de Óptica

BIBLIOTECA UCM



5303521649

**CONDICION DE ACOPLO EN EL SISTEMA
HOLOLENTE-FIBRA OPTICA: ANALISIS Y
OPTIMIZACION DE LA SEÑAL DE SALIDA**

19089

María Lourdes de Pedraza Velasco

Madrid, 1993

Colección Tesis Doctorales. N.º 45/93

© María Lourdes de Pedraza Velasco

Edita e imprime la Editorial de la Universidad
Complutense de Madrid. Servicio de Reprografía.
Escuela de Estomatología. Ciudad Universitaria.
Madrid, 1993.
Ricoh 3700
Depósito Legal: M-1577-1993



La Tesis Doctoral de D.
..... MARIA LOURDES DE PEDRAZA VELASCO
Titulada "Condición de acoplo en el sistema Hololente-
Fibra optica: Análisis y optimización de la señal de
salida".....

Director Dr. D. ..MARIA.LUISA.CALVO.RADILLA.....
fue leida en la Facultad de .CC..FISICAS.....
de la UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID, el día 15...
dejunio..... de 19⁹²...., ante el tribunal
constituido por los siguientes Profesores:

PRESIDENTE ..EUSEBIO.BERNABEU.MARTINEZ.....
VOCALJOSE.ANTONIO.MENDEZ.MORALES.....
VOCALCARLOS.GOMEZ-REINO.CARNOTA.....
VOCALANTONIO.EIMIA.GIL.....
SECRETARIO ..PEDRO.MEJIAS.ARIAS.....

.....
habiendo recibido la calificación de
...*Apto. cum laude por unanimidad*.....

Madrid, a 15 de Junio de 1972.
EL SECRETARIO DEL TRIBUNAL.

Rubén

DEPARTAMENTO DE OPTICA
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS
UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

CONDICION DE ACOPLO EN EL SISTEMA
HOLOLENTE-FIBRA OPTICA: ANALISIS Y
OPTIMIZACION DE LA SEÑAL DE SALIDA

Trabajo presentado por
María Lourdes de Pedraza Velasco
para aspirar al grado de Doctor en Ciencias Físicas
dirigido por
Dra. María Luisa Calvo Padilla
Madrid, 1992.

Todos los derechos reservados.

No se puede reproducir ninguna parte de esta publicación, ni transmitir por otros medios, electrónicos, ópticos o mecánicos, incluyendo fotocopias, registros o cualquier almacenaje de información o sistema de recuperación, sin el permiso de escritura del autor.

AGRADECIMIENTOS

A la Dra. Maria Luisa Calvo Padilla, profesora del Departamento de Optica de la Facultad de Ciencias Fisicas de la Universidad Complutense de Madrid por su constante dirección e interés en el tema. Por su dedicación en la revisión del manuscrito y por su orientación de principio a fin de este trabajo.

Al Dr. Ramón Fernández Alvarez-Estrada, profesor catedrático de la Facultad de Ciencias Fisicas de la Universidad Complutense de Madrid, por su colaboración en la formulación teorica del capítulo III.

Al Dr. Olivério Delfin Dias Soares, profesor catedrático del Laboratorio de Física, Faculdade de Ciências, Universidade do Porto, Portugal, por su hospitalidad en dicho centro, como consecuencia de la concesión de una beca financiada por el Gobierno Portugués (Ministério DOS Negócios Estrangeiros), en virtud del Acuerdo Cultural de Intercambios Hispano-Portugués. En donde se realizó, bajo su dirección la revisión bibliográfica del Capítulo I (secciones 1.1.1, 1.1.2, 1.1.3, 1.1.4 y 1.1.6), con la colaboración del personal de la Biblioteca y de J.C.A. Fernandes. Por poner a mi disposición un ordenador IBM Personal

System/2 Model 70 386 con el cual se realizaron los cálculos numéricos de las secciones 2.2-2.4 del capítulo II. Por realizar un acoplador holográfico donde se tomaron las notas del capítulo 5, sección 5.2. Por sus clases en donde se tomaron las notas de la introducción del capítulo 5. Por poner a mi disposición el equipo experimental para llevar a cabo la sección 5.1.

A. M.A. de Lima Amorim por asistir en los trabajos experimentales, que en esta línea de investigación se han llevado a cabo en dicho Laboratorio. Al Dr. L.M. Bernardo, profesor del mismo Laboratorio, por su sugerencia en el diseño experimental del holocoplador de doble imagen del capítulo II.

Al Dr. Jose Antonio Méndez Morales, investigador del Instituto de Optica "Daza de Valdés" (CSIC) por sus comentarios al texto.

Al equipo de las instalaciones del Centro de Proceso de Datos de la Universidad Complutense de Madrid en donde se han realizado los cálculos numéricos costosos y los dibujos de la sección 2.1 del capítulo 2. A los analistas Carmen Bravo y Jorge Zopico.

Al Rectorado de la Universidad Complutense de Madrid que hizo posible un corto desplazamiento al Laboratorio de Física de la Universidad de Oporto. Por su estímulo para continuar.

-III-

A la Dirección de la Escuela Universitaria de Enfermería, Fisioterapia y Podología de la Universidad Complutense de Madrid donde realizo mis tareas docentes. Por la ayuda prestada.

A Pedro Ortega Pulido, quien ha llevado a cabo el mecanografiado de este trabajo.

A mis padres, por su constante apoyo.

A todos aquellos que han seguido mi trabajo.

A los lectores.

INDICE

INTRODUCCION	1
1.- ANTECEDENTES.....	1
1.1. TRABAJOS EXPERIMENTALES.....	4
1.2. TRABAJOS TEORICOS.....	9
1.3. APLICACIONES.....	14
2.- METODOLOGIA GENERAL.....	17
3.- PROPOSITO Y ESTRUCTURA DEL TRABAJO	18
 CAPITULO I. FUNDAMENTOS TEORICOS DESCRIPTIVOS	
DE UN DISPOSITIVO HOLOACOPLADOR	20
1.1. FUNDAMENTOS TEORICOS: SCATTERING DE LUZ POR UNA	
FIBRA OPTICA	20
1.1.1. Método del desarrollo en serie de funciones	
de Bessel y Hankel, para scattering produ-	
cido por cilindros infinitos concéntricos.....	24
1.1.2. Método de la descomposición en ondas planas	
para el campo lejano	28
1.1.3. Método difractivo para calcular la señal de	
salida de una fibra óptica en la aproximación	
de guía débil para campo lejano	30
1.1.4. Método de Galerkin para fibras dieléctricas con	
diámetro mucho más pequeño que la longitud de	

onda de radiación incidente e índice de refracción constante, para campo lejano, y el caso de estado de polarización mantenido	35
1.1.5. Método de la solución iterativa para la incidencia de onda TM en aproximación eikonal para campo lejano y fibra de perfil de índice de refracción parabólico	38
1.1.6. Método de la transformada rápida de Fourier para scattering producido por una corteza cilíndrica de material dieléctrico inhomogéneo para incidencia de onda TM	44
1.1.7. Estudio numérico del scattering de una onda TM producido por una fibra óptica para campo lejano en aproximación eikonal	45
1.2. ACOPLADOR HOLOGRAFICO DE TRANSMISION COMPUESTO PARA FIBRA OPTICA	54
1.2.1. Hologramas registrados con la señal de salida de una fibra y onda de referencia plana	62
CAPITULO II. HOLOACOPLADOR DE TRANSMISION COMPUESTO CON RECONSTRUCCION DE DOBLE IMAGEN EN EL SEGUNDO HOLOGRAMA	
2. <u>INTRODUCCION Y FORMULACION BASICA</u>	67
2.1. ESTUDIO NUMERICO DE LA CONDICION DE ACOPLO	75
2.2. ESTUDIO DE LA VALIDEZ DE LA CONDICION DE ACOPLO	79
2.3. ESTUDIO DE LA SUPERFICIE $F(X_{21}, X_{22})=0$	85

2.3.1. Onda de referencia incidiendo en el plano	
XZ	90
2.3.2. Onda de referencia incidiendo en un plano	
arbitrario	92
2.3.2.1. Método de coordenadas polares	92
2.3.2.2. Método de cosenos directores	95
2.4. ESTUDIO DE LA SUPERFICIE $G(X_{21}, X_{22})=0$	98
2.4.1. Incidencia de la referencia en el plano XZ	100
2.4.2. Incidencia de la onda de referencia en un	
plano cualquiera	101
2.4.3. Discusión de los resultados para $F=0, G \neq 0$	101
2.5. ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO LINEAL DEL DISPOSITIVO CON	
DOBLE IMAGEN	104
2.5.1. Discusión de los resultados del análisis	
de Fourier	112

CAPITULO III. ACOPLADOR HOLOGRAFICO DE TRANSMISION

PARA LENTE GRIN	120
1. <u>INTRODUCCION</u>	120
3.1. PERMITIVIDAD DIELECTRICA DE UN MEDIO GRIN	
ESTRATIFICADO	122
3.2. SCATTERING DE UNA ONDA PLANA MONOCROMATICA POR	
MEDIO GRIN PARA INCIDENCIA LATERAL EN APROXIMACION	
EIKONAL	128

3.3. ACOPLADOR HOLOGRAFICO DE TRANSMISION PARA LENTE GRIN COMPUESTO	136
3.4. VERIFICACION DEL TEOREMA OPTICO EN EL HOLOACOPLADOR HOLOGRAFICO DE TRANSMISION COMPUESTO PARA LENTE GRIN	146
3.5. DISCUSION	152
CAPITULO IV. COMPORTAMIENTO DE UN HOLOACOPLADOR POR TRANSMISION CON INTERVENCION DE ONDA GAUSSIANA	
4. <u>INTRODUCCION</u>	155
4.1. CONDICION DE NORMALIZACION: IMPLICACIONES	158
4.2. ACOPLADOR HOLOGRAFICO POR TRANSMISION REGISTRADO CON ONDA DE REFERENCIA GAUSIANA PARA FIBRA OPTICA	165
4.3. ACOPLADOR HOLOGRAFICO POR TRANSMISION PARA LENTE GRIN CON ONDA DE REFERENCIA GAUSIANA	175
4.4. CORRECTOR HOLOGRAFICO DE FRENTE GAUSIANO	181
4.5. ESTUDIO DE VARIACION DE LA DIVERGENCIA DEL HAZ TRANSMITIDO EN FUNCION DE LA DISTANCIA DE REPOSICIONAMIENTO DEL HOLOGRAMA	197
4.5.1. Distancia de reposicionamiento con respecto a la fuente de reconstrucción no nula	198
4.5.2. Reconstrucción reposicionando el holograma a una distancia nula de la fuente laser	200

CAPITULO V. REALIZACION EXPERIMENTAL DE UN ACOPLADOR	
HOLOGRAFICO POR TRANSMISION	203
5. <u>INTRODUCCION</u>	203
5.1. REGISTRO DE LA SEÑAL DE SALIDA DE UNA FIBRA OPTICA	
ILUMINADA EN LA DIRECCION TRANSVERSAL AL EJE DE	
PROPAGACION	206
5.2. DESCRIPCION DEL SISTEMA DE ALINEAMIENTO DE UN	
ACOPLADOR HOLOGRAFICO CONVENCIONAL	212
5.3. POSIBLES APLICACIONES A SISTEMAS PARTICULARES:	
ANALISIS HOLOGRAFICO DEL MOVIMIENTO PARA	
DIAGNOSTICO MEDICO	229
CONCLUSIONES	233
BIBLIOGRAFIA	235
APENDICE A. ACOTACION INFERIOR A LA FASE DE LA ONDA	
DE REFERENCIA	247
APENDICE B. LISTA DE SIMBOLOS	249

INTRODUCCION

1.- ANTECEDENTES.

Una definición sintetizada de una fibra óptica es la de un transmisor de señales, en el rango óptico tanto en cortas como en largas distancias. Con la particularidad de que las pérdidas son inferiores y el ancho de banda mayor a las que presentan los cables coaxiales convencionales. En la actualidad el diseño y fabricación de fibras ópticas está altamente diversificado, de acuerdo con el tipo de aplicación específica propuesto. Por ejemplo, si son utilizadas en grandes redes de comunicación, es necesario un estudio completo de los parámetros físicos que determinan su rendimiento. En la arquitectura de circuitos paralelos complejos se hacen necesarias las interconexiones ópticas con fibras que presenten alta eficiencia para la transmisión de señal que se va a utilizar. En otras aplicaciones como modelos de inteligencia artificial, medicina, energía solar, etc, se hace imprescindible la parametrización exhaustiva de la fibra.

En el diseño y configuración de sistemas que utilizan fibra óptica es indispensable disponer de un método analítico [1]-[12], que caracterice la señal transmitida. Si se estudian los métodos de interconexión entre fibras ópticas el aspecto a destacar es la posible distorsión de la señal que supone una

disminución en la eficiencia de acoplo.

Desde hace dos décadas los conectores de fibras han sido estudiados por diferentes autores [13]-[17]. Una de las técnicas básicas para conectar fibras se fundamenta en un método interferométrico básico para obtener una red holográfica de volumen que trabaje como holoacoplador. Los acopladores holográficos se pueden utilizar como sistemas de memoria para almacenar información que conecte una o varias fibras mediante uno o varios hologramas simples o múltiples. Este dispositivo puede trabajar en cortos intervalos de tiempo y espacio. Las aplicaciones se pueden extender a codificar la información almacenada en una configuración por reflexión actuando como un conmutador con fuente laser de semiconductor [18]. La flexibilidad de esta técnica permite acoplar otros elementos alternativos como dos lentes GRIN [19].

La eficiencia de la transmisión de energía desde la primera fibra a la segunda depende de las condiciones de registro y de los parámetros ópticos de las fibras. Para conectar dos fibras con diferentes parámetros ópticos se utiliza el holoacoplador compuesto, formado por dos hologramas. El registro del primer holograma se realiza con la señal de salida de una de las fibras y la onda de referencia, y el registro del segundo holograma se realiza con la señal de salida de la otra fibra y la onda de referencia conjugada de la primera. La reconstrucción se realiza con la señal de salida de la primera fibra y los hologramas difractan el campo que es acoplado a la segunda fibra como señal de entrada. La eficiencia intrínseca del acoplador depende de la

calidad de la señal transmitida a la segunda fibra; se define como la relación entre la energía aceptada por la fibra para un modo guiado y la energía proyectada por la cara posterior de la primera fibra [20]. La eficiencia total es el producto de la eficiencia intrínseca por la eficiencia de difracción del holograma registrado. Por tanto, en la eficiencia del dispositivo, no sólo intervienen los parámetros de la fibra utilizada, sino también, la calidad del holograma, pudiéndose optimizar con un holograma de volumen que permite almacenar una gran cantidad de información y registrar varias señales a la vez (técnica de exposición múltiple [21]-[25]). El máximo número de exposiciones que puede soportar un holograma de volumen se puede estimar a través de la teoría de Kogelnik [26]. Los valores de la eficiencia de difracción dependen del tipo de material de registro. Los que presentan mayores eficiencias son las gelatinas dicromatadas y los fotopolímeros con valores próximos al 100% [27]. Las condiciones de registro se deben hacer para valores de la energía localizados en la zona lineal de la curva característica para evitar efectos de falsas imágenes [28]. Si bien queda abierta la posibilidad de obtener holoacopladores en condiciones de no linealidad.

Las aportaciones de mayor incidencia tecnológica realizadas desde 1974, se pueden estructurar como experimentales y teóricas. Resumiremos algunas de las aportaciones pioneras en estos dispositivos:

1.1. TRABAJOS EXPERIMENTALES.

- E.A. Ash, E. Seaford, O.D.D. Soares y K.S. Pennington [29] realizaron en 1979 un Acoplador Holográfico de guía plana. El problema de acoplar a un circuito óptico integrado es el de conversión de modos, del haz gaussiano de salida del laser al modo específico que se quiere excitar en el circuito óptico.

El dispositivo experimental utilizado consiste en hacer incidir el modo guiado, generado en una estructura de guía débil, con una cierta eficiencia, en la placa holográfica, actuando como onda objeto en el registro. La onda de referencia es la onda gaussiana de salida del laser. Iluminando el holograma con la onda objeto, se reconstruye la onda de referencia. Este sistema se utilizó como selector de modos cuando son varios los modos que se están propagando simultáneamente en la guía.

Un conjunto de guías pueden ser conectadas entre sí mediante las dos técnicas. Y utilizando material holográfico con memoria, se puede aplicar para realizar cambios rápidos en los patrones de conexión. Iluminando el holograma con la onda conjugada de la onda de referencia se obtiene la onda conjugada de la objeto, que acopla en la guía. En este caso el sistema se utiliza para excitar uno o varios modos.

Se obtuvo una resolución lateral mayor de $100\text{ }\mu\text{m}$ (resolución de regiones de $160\text{ }\mu\text{m}$ de tamaño).

Las aplicaciones del sistema se pueden ampliar a interconectores entre circuitos utilizando hologramas grabados en la placa del circuito, (estructura compacta).

- Nishihara, Innohara, Suhara y Koyama [30] en 1975 realizaron un diseño de holoacoplador de ramificación, para acoplar una fibra multimodo con otras dos fibras.

La configuración geométrica del holoacoplador es acodada. El dispositivo experimental divide la salida de un laser de He-Ne en tres haces: Dos de ellos se hacen convergir mediante una lente de manera que tengan el mismo ángulo sólido que el emergente de cada fibra a la que se va a acoplar; el otro se hace incidir en la fibra para realizar el registro. Se obtuvo una eficiencia de conversión de aproximadamente el 15%. También realizaron en el mismo año un diseño de holoacoplador a circuito optico integrado, para funcionar como un conversor de modos entre una fibra y el circuito.

En la reconstrucción se obtuvo un haz rectangular, con una eficiencia de conversión aproximada del 20%. Se puede aplicar a la conversión desde un LED ó un laser de semiconductor a una fibra.

La eficiencia obtenida en los dispositivos es muy baja, probablemente debido a un defecto de alineamiento del sistema (no descrito en el proceso por los autores), y que es utilizado como conversor de geometría del frente (no se realiza el registro de la señal de salida del elemento óptico al cual se ha acoplado).

- O.D.D. Soares, A.M.P.P. Leite and E. Ash [31] en 1977 realizaron un Acoplador múltiple de dos fibras conectadas con otras dos fibras.

Para alinear el sistema utilizaron dos interferómetros triangulares (3 espejos) [32] que garantiza una alta precisión. Se registraron dos hologramas, cada uno con un par de fibras.

Las pérdidas en el sistema fueron de 7 dB entre la salida del sistema de lentes holográficas y la entrada a la segunda fibra, 20 dB en las placas holográficas y 2 dB entre la salida de la primera fibra a acoplar y las lentes. Se obtuvieron curvas de eficiencia en función de los errores cometidos en el desplazamiento transversal de las fibras (presentan comportamiento decreciente), del desplazamiento relativo entre las dos mitades del acoplador (curva muy lentamente decreciente casi constante); del error angular en el alineamiento de las dos partes del holoacoplador (comportamiento decreciente); de las rugosidades de la capa holográfica (decreciente al principio hasta alcanzar un comportamiento constante); y de los efectos producidos en los desplazamientos translacionales y de rotación del haz al reconstruir con la onda de referencia haciéndole incidir previamente sobre un espejo que puede desplazarse (equivalente a los desalineamientos de un holograma con respecto a otro), presentando curvas rápidamente decrecientes con las variaciones angulares y lentamente decrecientes con los desplazamientos laterales. Variaciones angulares producen un gran decrecimiento de la eficiencia.

La eficiencia total máxima obtenida en el holoacoplador superó a 60 dB.

- Goldmann y Witte [33] en 1977 realizaron un acoplador de

ramificación, para acoplar la señal de salida de una fibra en otras siete fibras.

Es un holoacoplador simple, que consta de un sólo holograma, registrado con la señal de salida de una máscara con siete orificios de $5\text{ }\mu\text{m}$ y por el haz de referencia que se hace convergir al extremo de la fibra que se quiere acoplar mediante una lente. En la reconstrucción se hace incidir la señal de salida de la fibra en el holograma que transfiere la radiación a las siete fibras situadas en el lugar de los orificios. Se consigue una eficiencia del 20%, para el dispositivo.

Este holoacoplador se puede considerar como un intento experimental de conseguir un multiplexador (la división de una señal en varios canales). Dado que un holograma puede codificar y almacenar gran cantidad de información, si se consigue mejorar la eficiencia del dispositivo se puede utilizar como conector en optica integrada, seleccionando incluso la información que debe ser transmitida según el tipo de señal de reconstrucción (actuando como conmutador).

~ T. Yoshino, T. Kubota and T. Ose [34] en 1983, realizan un acoplador holográfico para fibra monomodo.

Cuando se utiliza fibra multimodo para la construcción de un acoplador holográfico, se pueden excitar varios modos de propagación que dan lugar a una distorsión de la señal a acoplar en otra fibra; cuando se trata de acoplar un sistema de dos o más fibras con dos o más fibras entre sí, se pueden producir acoplos de señal entre las fibras indeseables. Para evitar este

problema, se puede utilizar fibra que propague un sólo modo, el de la señal que se pretende acoplar.

También realizaron el mismo dispositivo utilizando, en lugar de la fibra, un objetivo de microscopio de aumento 10X. El resultado obtenido es: Eficiencia intrínseca (relación entre la señal de salida del holograma y la señal de reconstrucción incidente en el mismo): 39% para la fibra y 67% para el objetivo del microscopio; eficiencia entre el acoplador y la fibra monomodo (relación entre la señal de salida de la fibra y la señal de salida del holograma) 65% para la fibra y 36% para el objetivo del microscopio. Este resultado presenta una alta eficiencia de acoplo, aunque la eficiencia total del dispositivo se ve muy reducida debido a la baja eficiencia obtenida en el holograma: 25% para la fibra y 24% para el objetivo del microscopio.

Con el holoacoplador construyeron un interferómetro de Mach-Zender en el que cada uno de los hologramas funciona como dos lentes y un separador. Utilizando un detector para recoger la señal de salida del segundo holograma, se obtiene una respuesta (curva intensidad tiempo) típica del interferómetro de Mach-Zender; calentando una pequeña parte de una fibra se obtiene un estrechamiento en la longitud de onda de la señal, aunque con disminución de la intensidad. Con un interferómetro de Sagnac el holograma trabaja como dos lentes/separador para la luz incidente en la fibra y como dos lentes/confinador de rayos para la luz excitada por la fibra.

Estos resultados demuestran que, incluso con una baja

eficiencia del holograma, se puede obtener el acoplo, y la capacidad que tiene el dispositivo para funcionar como un elemento óptico multifuncional.

- H. P. Herzig [35] en 1986 realizó una lente holográfica para su utilización con laser de semiconductor.

Los elementos ópticos holográficos para incidencia de señal de laser de semiconductor no tienen un alto rendimiento ya que las emulsiones holográficas presentan una baja eficiencia en el IR. Por ello, se registró el elemento holográfico con luz visible y después se reconstruyó en el IR. El holograma difractó la señal obteniéndose una eficiencia del 75% para la mancha central. Para ello la incidencia de la onda de reconstrucción se debe realizar con la inclinación del ángulo de Bragg:

$$\sin \psi = \pm \frac{\lambda}{2\Lambda}$$

ψ : ángulo entre la onda plana de iluminación y el estrato de la red holográfica.

Λ : constante de la red.

λ : longitud de onda.

Iluminando con un laser de semiconductor que emite en varias frecuencias, se reconstruyen varios spots en el plano focal, uno para cada modo propagado por el laser.

1.2. TRABAJOS TEORICOS.

- H. Kogelnik [26] en 1969, realiza la Teoría de Ondas Acopladas para Redes Holográficas gruesas.

Los hologramas de volumen registrados en las condiciones de Bragg o con pequeñas desviaciones presentan gran eficiencia en la reconstrucción.

En el análisis se calcularon las curvas de eficiencia para los dos tipos de hologramas, simétricos y asimétricos, con y sin pérdidas por absorción proporcionando un método de cálculo de la eficiencia de un holograma, que puede ser interpretado como convertidor de frente.

- Solymer [27] extendió la teoría unidimensional a dos dimensiones en el caso de un convertidor de frente plano a frente cilíndrico.

- Hataskoshi y Tanaka [36] derivaron las expresiones para el convertidor cilíndrico-cilíndrico en una guía de onda y Nishihara [37] para el convertidor esférico-esférico.

- Leite, Soares y Ash [38] en 1978 calcularon la eficiencia de acoplo y las tolerancias permitidas por el dispositivo experimental detallado en el apartado 1.3 utilizando la formulación de Fresnel para la difracción (fuente cercana al holograma).

La eficiencia intrínseca del holoacoplador se definió como el módulo cuadrado de la integral del campo incidente en el segundo holograma por el modo a acoplar en la guía a lo largo de todo el eje vertical donde se encuentra situada la fuente.

Las tolerancias permitidas por el dispositivo se estimaron calculando la eficiencia cuando en alguna de las variables se introduce un incremento o decremento para variar la posición. Por este método se trazan las curvas del efecto en la

eficiencia de los errores laterales de desalineamiento de una mitad del holoacoplador con respecto a la otra mitad, el efecto en la eficiencia de errores de desplazamiento transversal en la fibra, error angular en el alineamiento de las dos mitades del holoacoplador y el efecto en la eficiencia de una rugosidad sinusoidal en el sustrato del holograma, obteniendo curvas análogas a las experimentales y presentando una gran disminución de la eficiencia en el caso de los errores angulares.

- H. Nishihara [37] en 1982 calculó la eficiencia de un convertidor holográfico de frente de onda esférico a esférico, para el caso de un holograma fuera de eje y cuando dos haces de distinta longitud de onda se utilizan para el registro y la reconstrucción.

La eficiencia total del holograma se calculó realizando la integral de la intensidad de la onda esférica de reconstrucción por la eficiencia, extendida a todo el área del holograma y normalizada con la integral de la intensidad de la onda esférica de reconstrucción, extendida a toda la superficie del holograma.

Para el caso en el que las longitudes de onda, las posiciones de las fuentes y los ángulos de inclinación sean los mismos para el registro y la reconstrucción, se obtienen curvas de eficiencia en función del producto de la constante de acoplamiento por el espesor del material de registro. Se obtienen valores crecientes hasta alcanzar un máximo a partir del cual comienzan a decrecer, alcanzándose eficiencias máximas próximas al 100% para el caso en que el ángulo subtendido por el

holograma hasta el punto de iluminación sea de 10° , tanto en un holograma en eje como fuera de eje.

En el caso de un holograma en eje en el que las longitudes de onda de la onda objeto y reconstrucción no sean las mismas y tampoco estén situadas en el mismo punto, se pueden alcanzar eficiencias de más de 90%.

Este método da una buena estimación de la eficiencia (el máximo error cometido es en la zona central del holograma (ángulo sólido $\approx 6^\circ$), al no considerar otros órdenes de difracción más altos, pero sólo contribuye con eficiencia <5%).

Se puede aplicar para calcular eficiencias de convertidores de varios tipos de aperturas y a diferentes distribuciones de intensidad de reconstrucción.

El hecho de alcanzar eficiencias superiores al 90%, incluso cuando la relación entre la longitud de onda de reconstrucción y objeto es 2, abre posibilidades de aplicar el proceso de conversión a lentes holográficas, acopladores y scanners.

- H. P. Herzig [35] en 1986 realizó el cálculo teórico para construir experimentalmente una lente holográfica para incidencia de IR, y para la producción de una onda esférica sin aberraciones.

El sistema da cuenta del método de utilización de hologramas para reconstrucción con IR, para lo que es necesario primero el registro en el visible.

Una interpretación completa de los trabajos experimentales descritos en el apartado 1, hace necesaria la elaboración de modelos matemáticos que describan las tolerancias que puede permitir un acoplador holográfico para conseguir que el dispositivo trabaje con el máximo rendimiento, así como caracterizar el dispositivo mediante parámetros o variables que den cuenta de su eficiencia. Para ello, se requiere la teoría de propagación y scattering del campo electromagnético en guías de onda, las características de estas dependiendo de la forma de iluminación y del tipo de fuente, y la teoría de la difracción de luz por redes holográficas, con la implicación del análisis de los materiales de registro para conseguir una red de difracción que trabaje con la máxima eficacia. En los trabajos teóricos descritos en el apartado 2, se observa el proceso histórico por el cual se ha desarrollado una teoría para describir la eficiencia de un holograma de volumen [26] que puede actuar como convertidor de frente [27], [35], [36] y un modelo basado en el tratamiento escalar para la onda objeto bajo el régimen de difracción de Fresnel para un holograma delgado fuera de eje, reconstruyendo con una sola imagen, mostrando la flexibilidad del acoplador holográfico de luz en una segunda fibra bajo condiciones teóricamente no demasiado restrictivas [37]. También se realiza un estudio paralelo de las técnicas de incidencia de señal en IR, banda de frecuencias utilizada en óptica de comunicaciones, mostrando la necesidad de un paso previo de registro en el visible [35], motivo por el cual es básico el estudio de dispositivos que trabajen en el visible.

Como aplicaciones de un holoacoplador se ha propuesto la construcción de un conmutador o multiplexador para óptica integrada (holoacoplador por reflexión funcionando como interconector en un espacio muy reducido, con gran capacidad de almacenamiento de datos y codificación de señal):

1.3. APLICACIONES.

- O.D.D. Soares, C. Liegecis, G.C. Righini [39] en 1987 realizaron una revisión de los dispositivos realizados hasta la fecha, así como los potenciales de utilización de la circuitería óptica.

Según los autores para que un elemento óptico holográfico sea utilizable para el diseño de patrones de interconexión, de forma que pueda reprogramarse si es necesario, debe de cumplir ciertas características técnicas como son: Resoluciones del tamaño del spot de $10 \times 10 \mu\text{m}$ (para evitar el problema de divergencia en la fuente laser) con hologramas de tamaño del orden de 1 cm, para obtener un sistema compacto y un rango de errores permitidos en la alineación del sistema de $\pm 5 \mu\text{m}$, que debe ser mantenido durante la vida media del circuito, generando el mínimo ruido posible para poder reducir las secciones eficaces, y reduciendo el tamaño del recorrido (para lo cual es aconsejable hologramas de reflexión), pudiendo utilizarse en patrones de interconexión arbitrarios que pueden ser programables y reconfigurables, permitiendo arquitecturas adaptables, utilizando incluso materiales de registro que pueden

ser borrados para realizar otro registro posterior, como fototermoplásticos o cristales fotorefractivos, que pueden simultanear el proceso de lectura-escritura con gran rapidez de respuesta. Si bien, los materiales de registro holográfico que actualmente presentan mayor eficiencia son las gelatinas dicromatadas y los fotopolímeros.

- E. Schulze [40] en 1987 diseñó interconectores ópticos reconfigurables utilizando hologramas optoelectrónicos dinámicos.

La técnica se basa en realizar patrones de interferencia que difractan y enfocan cada haz de luz incidente en el fotodiodo receptor, pudiendo ser utilizados como multiplexadores, y controlables electrónica y ópticamente, de forma que pueden trabajar como conmutadores (seleccionando el canal de respuesta adecuado). Se registra el holograma por reflexión con la onda objeto y la señal de un laser de semiconductor (fuente de iluminación) como onda de referencia. La reconstrucción se realiza con la señal de salida del laser de semiconductor que es colimada por una lente e incide en el holograma donde es difractada y reflejada por la superficie reflectora del holograma siendo reenfocada hacia la lente, desde donde es enfocada al detector (fotodiodo).

Dependiendo entonces del tipo de onda de reconstrucción incidente en el holograma y de la inclinación, el dispositivo trabaja como red de difracción o como espejo, actuando como conmutador. El mismo sistema se puede utilizar para conectar

fibras ópticas, siendo ahora la onda objeto para registrar el holograma la señal de salida de una fibra óptica que también funciona como receptor. Cuando en el sistema no hay solamente una única fuente y un único receptor, sino que son varias las fuentes y los receptores, el dispositivo puede actuar en forma multicanal, trabajando como multiplexador; para ello se utiliza una matriz holográfica. El registro se puede realizar con un termoplástico [41] que presenta la posibilidad de borrado. El sistema necesita de una alta resolución en frecuencias espaciales.

- M.R. Feldman, S.C. Esener, C.C. Guest, S.H. Lee [42] en 1988, realizaron un estudio comparativo entre los interconectores eléctricos y ópticos.

Los interconectores ópticos pueden transmitir información a alta velocidad consumiendo menos potencia que los eléctricos.

El modelo de interconector utilizado es el mismo que el descrito en 3.2. Se define el tiempo de alcance de la interconexión como el necesario para que el voltaje de la puerta receptora llegue desde el 10% al 90% de su valor final. Representando gráficamente la energía de conmutación en función del tiempo de alcance de interconexión para un interconector óptico y otro eléctrico, se observa que para valores pequeños del tiempo de interconexión, desde 10^{-1} hasta aproximadamente 10 nseg, la energía de conmutación del interconector óptico es superior a la del eléctrico. Esto significa que se puede realizar una interconexión más eficiente en un intervalo de

tiempo más corto. Las curvas de energía para un interconector óptico son siempre decrecientes con el tiempo de interconexión.

Los autores concluyen que, un interconector óptico parece más ventajoso que un interconector eléctrico para transmitir señales en comunicaciones entre dispositivos opto-electrónicos y con áreas no muy restrictivas. Particularmente cuando se requiere una alta proporción de datos.

2.- METODOLOGIA GENERAL.

El método utilizado en el presente trabajo consiste en:

- Analizar la señal emergente del dispositivo holográfico considerando al holograma como un filtro de transmitancia en amplitud.

- Imponer que dicha señal, al reconstruir con la señal de salida de una fibra o lente GRIN acople a una segunda fibra o lente GRIN.

- Analizar las consecuencias que se obtienen al sustituir la expresión explícita para la señal de salida de la fibra o lente GRIN en las condiciones de acople.

- Verificar si las ecuaciones obtenidas tienen solución utilizando análisis numérico.

El cálculo numérico se ha programado en lenguaje Fortran en el centro de Proceso de Datos de la Universidad Complutense de Madrid (C.P.D. U.C.M.) y en ordenadores personales I.B.M. y compatibles. Las gráficas se han trazado utilizando los

resultados numéricos obtenidos, mediante plotter (C.P.D. U.C.M.) para el holoacoplador con doble imagen, y con el software Golden Grafit para el resto. Las transformadas de Fourier se han programado directamente (utilizando el software SSP e ISML de C.P.D. U.C.M.), sin recurrir a ninguna técnica de aproximación en serie.

3.- PROPOSITO Y ESTRUCTURA DEL TRABAJO.

Los objetivos del presente trabajo son:

- Estudiar el Acoplador Holográfico por transmisión mediante el campo de scattering producido por una fibra óptica, como onda objeto.
- Tratar el acoplo entre dos fibras ópticas o dos lentes GRIN, cuando el registro se realiza con onda de referencia plana monocromática.
- Ampliar el estudio al registro holográfico realizado con onda de referencia gaussiana.

El trabajo está estructurado de la siguiente forma:

En la sección 1.1. del capítulo I, se realiza una revisión bibliográfica del tratamiento del scattering electromagnético por una fibra óptica, en cuyas formulaciones se considera iluminación transversal. Se analiza y aplica el campo de scattering obtenido por R.F. Alvarez-Estrada, M.L. Calvo y P. Juncos [56].

En la sección 1.2 del capítulo I, se estudia el Acoplador Holográfico por transmisión aplicando la técnica de proyección de imagen real introducida por Soares et al. [31].

En el capítulo II, se estudia el efecto producido en el dispositivo al considerar las dos imágenes (real y virtual) generadas por el segundo holograma y se verifica la linealidad del dispositivo mediante la aplicación del Análisis de Fourier.

En el capítulo III se estudia el Acoplador Holográfico para dos lentes GRIN y se aplica el Teorema Optico para analizar la viabilidad del dispositivo.

En el Capítulo IV se amplia el estudio al registro con onda de referencia gaussiana y se estima el comportamiento del holograma como lente.

En el capítulo V, sección 5.1, se muestra el resultado experimental obtenido al iluminar una fibra transversalmente. En la sección 5.2 se describe el método interferométrico utilizado por Soares et al. para alinear con Acoplador Holográfico. En la sección 5.3 se analizan las posibles aplicaciones médicas del dispositivo.

CAPITULO I

FUNDAMENTOS TEORICOS DESCRIPTIVOS DE UN

DISPOSITIVO HOLOACOPLADOR

1.1.- FUNDAMENTOS TEORICOS: SCATTERING DE LUZ POR UNA FIBRA OPTICA.

Consideraremos el registro y generación de la señal de salida de un holoacoplador, obtenido por medio de dos hologramas trabajando por transmisión fuera de eje. El registro del primer holograma se realiza con la señal de salida del elemento óptico que se va a acoplar como onda objeto y la onda de referencia. Según el modelo desarrollado por Soares et al. [38], el registro del segundo holograma se realiza con la señal de salida del otro elemento óptico a acoplar como onda objeto, y como onda de referencia la onda conjugada de la primera onda de referencia incidente en el primer holograma. Supondremos que el registro se produce en condiciones de linealidad con objeto de simplificar el modelo, sin incluir los efectos de la no-linealidad que introducirían un ruido adicional [28]. La reconstrucción se realiza con la señal emergente del primer elemento óptico que debe ser acoplado a un segundo elemento óptico. Para garantizar un funcionamiento óptimo, el campo transmitido por el segundo

holograma debe ser igual al campo conjugado de la señal que se va a acoplar y propagar en condiciones de confinamiento a través del segundo elemento óptico. Según Ghatak y Thyagasaran [43], La elección de una onda plana monocromática como onda de referencia facilita la descripción del fenómeno al considerar una distribución uniforme de la energía con geometría sencilla. Además, se puede utilizar como estudio preliminar del registro con onda gaussiana.

Para analizar el sistema es necesario conocer la expresión explícita de la señal emergente de una fibra óptica. La medida de la señal puede variar considerablemente al realizarla antes o después de la incidencia en la fibra, siendo esta última la que va a dar la eficiencia real del dispositivo.

Si la fibra óptica es multimodo, la señal de incidencia puede excitar un gran número de modos de propagación en la guía, de forma que el registro no se realiza con una única función de propagación sino que pueden registrarse varios modos a la vez. Esto puede dar lugar en la reconstrucción a una señal emergente que sea una combinación lineal de varios modos, tal y como se dedujeron Alvarez-Estrada y Calvo de la formulación en términos de una ecuación integral [44], produciendo una disminución en la eficiencia intrínseca al intentar acoplar a una segunda fibra, y de forma especial, cuando se trata de realizar un acoplo selectivo, excitando un sólo modo de propagación en la segunda fibra. La eficiencia de acoplo puede disminuir considerablemente cuando el dispositivo se amplía a la conexión entre dos pares de fibra o más, según los trabajos de Soares et al. [31], ya que

puede dar lugar a interferencias entre modos, no sólo de las de propagación de una sola de las dos fibras, sino, también, de las dos fibras del primer par entre sí, o entre dos fibras que no deben interconectarse.

El estudio se puede llevar a cabo imponiendo esta condición de acoplo en la formulación del campo aplicado a la transmitancia en amplitud de los dos hologramas.

Siendo conocida la propagación del campo electromagnético a través de una guía de ondas, el cálculo de la señal de salida de una fibra óptica puede ser estudiado analizando el scattering de luz que produce el material según Alvarez-Estrada et al. [56]. De esta forma, la señal emergente está formada por la superposición de la onda incidente y de las ondas de scattering, obteniéndose un patrón de interferencias en campo lejano.

De acuerdo con el trabajo de Uzunoglu y Holt [45], en el caso de que la onda incidente sea una onda plana monocromática, perpendicular al eje longitudinal de propagación x_3 , (como se observa en la figura 1), para una onda TE ó TM, la ecuación general de scattering para un cilindro como centro dispersor, toma la forma:

$$\vec{E}(\vec{\rho}) = \vec{E}_0(\vec{\rho}) + K_0^2 \int_{\Omega} r(\vec{\rho}') \left(1 + \frac{1}{K_0^2} \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \right) g(\vec{\rho}, \vec{\rho}') \cdot \vec{E}(\vec{\rho}') d\vec{\rho}' \quad (I.1)$$

Siendo Ω la sección transversal de la fibra y $\vec{\rho}$ y $\vec{\rho}'$ vectores de posición en la misma.

La ecuación (I.1) representa el campo de salida de la fibra y es la suma de dos factores:

El primer factor,

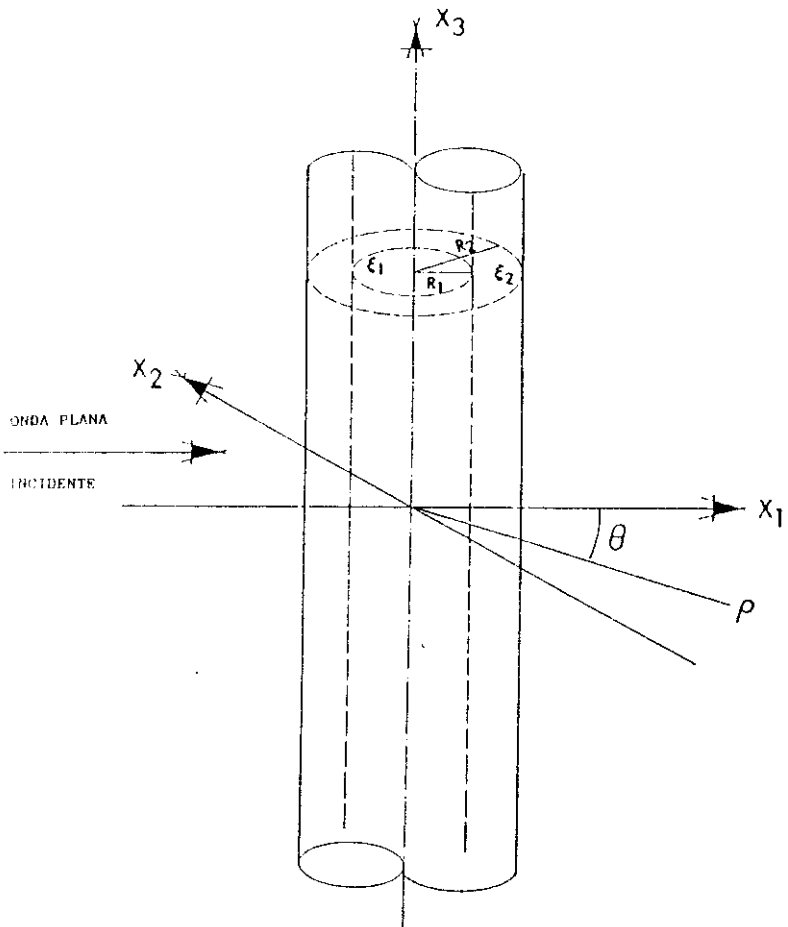


Fig. 1. Incidencia lateral de una onda TM en fibra.

$$\vec{E}_0(\vec{\rho}) = \hat{e}_1 \exp(i\vec{k} \cdot \vec{\rho}) \quad (I.2)$$

es el campo incidente en la fibra. Y el segundo factor, la ecuación integral, representa el campo de scattering, siendo el vector $\vec{k} = (k_1, k_2)$ el vector de onda de la señal incidente y

$$r(\vec{\rho}) = \epsilon(\vec{\rho}) - 1 \quad (I.3)$$

El núcleo de la ecuación (I.1) puede tomar diferentes formas dependiendo de las condiciones de incidencia que determine la forma del propagador $g(\vec{\rho}, \vec{\rho}')$. El cálculo exacto de la integral de scattering es laborioso y se suele realizar alguna aproximación para la estimación numérica. A continuación describiremos los métodos de resolución de ecuaciones integrales de scattering que pueden ser utilizadas en el modelo del holoacoplador.

1.1.1.- Método del desarrollo en serie de funciones de Bessel y Hankel, para scattering producido por cilindros infinitos concéntricos.

M. Kerker y E. Matijevic [46], en 1961, dan la solución al problema de scattering de ondas electromagnéticas planopolarizadas por cilindros concéntricos, isótropos e infinitamente largos, cuando la radiación incide perpendicularmente al eje longitudinal del cilindro.

La radiación incidente puede ser una onda horizontalmente polarizada, con el campo eléctrico paralelo al eje longitudinal

del cilindro, (onda TM), y cumple la ecuación escalar de ondas. También puede ser una onda perpendicularmente polarizada, con el campo magnético paralelo al eje del cilindro (onda TE) y también cumple la ecuación escalar de ondas. En el caso más general de una onda $u(\rho)$, elípticamente polarizada, puede ser expresada como superposición de dos componentes plano polarizadas, en términos de coeficientes complejos de las soluciones para cada componente. En ambos casos, se impone una solución para el campo en forma de una serie de funciones de Bessel J_n y Hankel de segunda clase, $H_n^{(2)}$ ponderadas por un coeficiente de peso y moduladas por un factor de fase complejo. Por ejemplo, la expresión para la onda polarizada horizontalmente (onda TM):

$$u(\rho) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n e^{in\theta + i\omega t} B_n^2 J_n(m_2 k_2) \quad , \quad \rho < R_1 \quad (I.4)$$

para el campo en el primer cilindro, sólo desarrollado con funciones de Bessel de primera clase para mantener regularidad en el origen.

$$u(\rho) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n e^{in\theta + i\omega t} \left\{ B_n^1 J_n(m_1 k\rho) - b_n^1 H_n^{(2)}(m_1 k\rho) \right\} \quad , \quad R_1 < \rho < R_2 \quad (I.5)$$

campo en el segundo cilindro.

$$u(\rho) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n e^{in\theta + i\omega t} \left\{ J_n(m_0 k\rho) - b_n^0 H_n^{(2)}(m_0 k\rho) \right\} \quad , \quad \rho > R_2 \quad (I.6)$$

campo fuera del cilindro (el campo incidente es la onda plana desarrollada en término de funciones de Bessel, y el campo de scattering es expresado como suma de funciones de Hankel para mantener un comportamiento no singular en el infinito). Siendo R_1 el radio del cilindro interior, R_2 el radio del cilindro exterior, θ el ángulo de scattering, k el número de onda de la

radiación incidente, ω la frecuencia angular y ρ la variable radial; B_n^1 , b_n^1 , b_n^0 , B_n^2 coeficientes a determinar. Una expresión análoga pero con coeficientes distintos se formula también para el caso de incidencia de la onda polarizada perpendicularmente.

Imponiendo como condiciones de contorno que el campo multiplicado por los coeficientes y su derivada parcial con respecto a la variable radial sean continuos en la frontera, se obtienen dos sistemas de ecuaciones en las funciones de Hermite y Bessel con coeficientes constantes, que se resuelve mediante el método de Cramer. Las amplitudes del campo de scattering se expresan como una serie de exponenciales complejas en el ángulo θ . Por ejemplo, para la componente horizontalmente polarizada en la forma:

$$T(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n^0 e^{in\theta} = b_0^0 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} b_n^0 \cos n\theta \quad (1.7)$$

donde los coeficientes son los correspondientes a los polinomios de Hermite para la solución externa.

La expresión (1.37) es equivalente a la aproximación de campo lejano.

Este tratamiento puede ser generalizado para un sistema con un número mayor de cilindros concéntricos. Es, para cada componente, una solución a la ecuación escalar de ondas (que debe ser solución particular de la solución general de tratamiento vectorial) y cada índice corresponde a un modo de propagación. L.S. Watkins [47], en 1974, aplicó este sistema para determinar los parámetros de una fibra de vidrio para diferencias de índice de refracción entre núcleo y capa externa

de 0.02, se obtienen precisiones en la determinación del diámetro del núcleo de $\pm 0.2 \mu\text{m}$ y de $\pm 0.5 \mu\text{m}$ para la capa externa. Mediante análisis numérico obtuvo la representación gráfica del flujo de onda de scattering en función del ángulo de scattering, comparándolo con el resultado experimental y obteniendo resultados muy similares: Sumas rápidamente oscilantes, cuya envolvente presenta un máximo para $\theta \approx 0^\circ$, (forward scattering) decreciendo rápidamente y presentando otro máximo secundario en $\theta \approx 2.5^\circ$, y un tercer máximo casi principal en $\theta \approx 8^\circ$, el secundario en $\theta \approx 11^\circ$, ángulo a partir del cual empieza a decrecer oscilando lentamente, hasta acercarse casi a cero en $\theta \approx 30^\circ$. Para una fibra de $164.7 \mu\text{m}$ de diámetro de capa externa. Realizando también una estimación de óptica de rayos, para calcular los ángulos límite con los que los rayos refractados pueden atravesar la fibra. Como el flujo de onda de scattering está dado por el segundo término de la ecuación (I.38), y se observa a una cierta distancia de la fibra, es posible utilizar la aproximación de campo lejano dada por la ecuación (I.39) para calcular la intensidad, que corresponde a un patrón de franjas observado en una pantalla. La diferencia entre patrones de franjas teórico y experimental obtenida entre $\theta = 0^\circ$ y $\theta = 30^\circ$ fue del 0,6% al 1,25%, correspondientes a un cambio de 1 a $2 \mu\text{m}$ en el cálculo del diámetro. Este pequeño error experimental se puede deber a una pequeña excentricidad elíptica de la fibra, siendo, en conjunto, un buen método para la determinación de parámetros de la fibra.

1.1.2.- Método de la descomposición en ondas planas para el campo lejano

N.K. Uzunoglu y A.R. Holt [45] en 1977 calcularon el campo de scattering producido por un cilindro infinito de sección transversal elíptica, en la aproximación de campo lejano, para el caso de incidencia de onda TE o TM. El método se basa en describir el campo interno en el cilindro en términos de un conjunto independiente de funciones de ondas planas. En este caso, el propagador toma la forma:

$$g(\vec{\rho}, \vec{\rho}') = \frac{1}{4} i H_0^{(1)}(K |\vec{\rho} - \vec{\rho}'|) \quad (I.8)$$

siendo $H_0^{(1)}$ la función de Hankel de primera clase y orden cero.

Desarrollando de forma asintótica la función de Hankel de la ecuación (I.8), para grandes distancia x_0 y grandes radios ρ , se obtiene la llamada aproximación de campo lejano para el campo resultante:

$$E(\vec{\rho}) \approx E_0 \left\{ \exp(i\vec{K}\vec{\rho}) + \frac{\exp(ik|\vec{\rho}|)}{|\vec{\rho}|^{1/2}} f(\theta) \right\} \quad (I.9)$$

El campo resultante es la suma del campo incidente más el campo de scattering, este último dado por el factor $\frac{\exp(ik|\vec{\rho}|)}{|\vec{\rho}|^{1/2}} f(\theta)$, a grandes distancias del centro de scattering (o del punto de incidencia de la onda plana), siendo $f(\theta)$ la amplitud de scattering y θ el ángulo de scattering.

La ecuación (I.1) es una ecuación integral en función del campo en el interior del cilindro. Suponiendo que dicho campo es un conjunto de ondas planas, de la forma:

$$\vec{E}(\vec{\rho}) = \int \vec{C}(\vec{k}') \exp(i\vec{k}' \cdot \vec{\rho}) d\vec{k}' \quad (\text{I.10})$$

para la onda TE; el campo \vec{E} y el coeficiente \vec{C} escalares para la onda TM. Siendo \vec{k}' el vector de dirección de la onda de scattering. Se llega a un par de ecuaciones integrales acopladas que determinan la amplitud de scattering. Las integrales se evalúan mediante la cuadratura numérica de N-puntos, convirtiendo las ecuaciones integrales en ecuaciones algebraicas lineales y restringiendo los valores del vector de ondas \vec{k} a un conjunto discreto de valores. De esta forma la amplitud de scattering se expresa como una suma finita y convergente de ondas planas con coeficientes de peso. Estos coeficientes de peso dependen exclusivamente de una variable radial $k_n \cdot n$, siendo n el índice de refracción del cilindro (considerado como centro de scattering en el caso de que se trate de un medio homogéneo). De esta manera, el cálculo se reduce a hallar los elementos de una matriz de dimensión $2 \times N$, que son las proyecciones de los dos ejes de la sección elíptica del cilindro en la dirección dada por el ángulo de scattering i -ésimo; cada elemento corresponde a un ángulo distinto. El primer término es proporcional a la función de Airy que es, a su vez, desarrollable en sumas de productos de funciones de Bessel afectadas por coeficientes de peso. Se presentan casos particulares para la solución de la integral de scattering. Así, por ejemplo, para cilindros elípticos, la intensidad de la onda de scattering en función del ángulo, presenta más máximos y mínimos en comparación con un centro de scattering esférico con la misma sección transversal

geométrica. Esto es debido a que se excitan ondas de órdenes superiores dentro del material de sección no circular (es el efecto de la excentricidad de la elipse). Se observa que la máxima intensidad del scattering ocurre para ángulos menores que 20° . El análisis se extiende a tres dimensiones para centros de scattering elípticos con la aproximación de campo lejano para el campo resultante:

$$\vec{E}(\vec{\rho}) \approx \hat{e}_i e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}} + \vec{f}(\vec{k}', \vec{k}, \hat{e}_i) \frac{e^{i\vec{k} \cdot \vec{\rho}}}{|\vec{\rho}|} \quad (I.11)$$

siendo el factor $\hat{e}_i e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}}$ la onda incidente y $\vec{f}(\vec{k}', \vec{k}, \hat{e}_i)$ la amplitud de scattering en la dirección de observación \vec{k}' .

El método es aplicable desde la región de Rayleigh $ka \ll 1$ hasta el límite de la óptica geométrica $ka \gg 1$, (siendo a el semieje mayor de la elipse), con la única limitación del tiempo de ordenador para calcular ciertos elementos de matriz.

1.1.3.- Método difractivo para calcular la señal de salida de una fibra óptica en la aproximación de guía débil para campo lejano.

T. Suhara et al. [48] en 1977 calcularon una expresión para el campo de scattering producido por una fibra con perfil de índice de refracción constante (step index), en la aproximación de guía débil para campo lejano.

El término guía de onda débil fue acuñado por Gloge [49] en 1971. Este comportamiento implica:

$$\Delta = \frac{n_c^2 - n^2}{2n_c^2} \ll 1 ; \quad n_c \approx n \quad (\text{I.12})$$

siendo n_c el índice de refracción del núcleo y n el índice de refracción de la capa externa. En este caso, las componentes longitudinales del campo eléctrico y del magnético son aproximadamente nulas comportándose el campo como una onda TEM. La ecuación de propagación en la guía es en este caso [2]:

$$(\nabla_t^2 + k^2 n^2 - \beta^2) E = 0 \quad (\text{I.13})$$

siendo β la constante de propagación del campo incidente en la guía, en la forma:

$$E(x, y, z) = \vec{e}(x, y) \exp(i\beta z) \quad (\text{I.14})$$

(con idénticas expresiones para el campo magnético). Siendo:

$$\nabla_t^2 = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} , \quad (\text{I.15})$$

la ecuación (I.14) admite dos tipos de soluciones en forma de variables separadas para cada valor de β , para los modos no fundamentales:

$$E = F_\ell(\rho) \cos \ell\phi ; \quad \ell > 0 \quad (\text{I.16})$$

$$E = F_\ell(\rho) \sin \ell\phi ; \quad \ell > 0 \quad (\text{I.17})$$

siendo $F_\ell(\rho)$ una función asimétrica de la variable radial ρ (módulo del vector de posición en la sección de la fibra que forma un ángulo ϕ con el eje vertical) y es solución de la ecuación:

$$\left\{ \frac{d^2}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} + k^2 n^2(\rho) - \frac{\ell^2}{\rho^2} - \beta^2 \right\} F_\ell(\rho) = 0 \quad , \quad (\text{I.18})$$

Que presenta una solución particular para el perfil escalon en forma de función de Bessel para $F_\ell(\rho)$ en el núcleo y de Hankel

modificada para $F_\ell(\rho)$ en la capa externa ($\ell \geq 1$ genera los modos designados por LP: linealmente polarizados).

La continuidad de F_ℓ y $dF_\ell/d\rho$ a través de la fibra conduce a la ecuación de autovalores para β de cada modo. Las soluciones pueden ser expresadas como:

$$F_\ell = \begin{cases} \frac{J_\ell(u\rho)}{J_\ell(uR)} & ; 0 \leq \rho \leq R \\ \frac{K_\ell(v\rho)}{K_\ell(vR)} & ; R \leq \rho < +\infty \end{cases} \quad (I.19)$$

siendo R el radio del núcleo, J_ℓ la función de Bessel de orden ℓ , K_ℓ la función de Hankel modificada de orden ℓ . Donde los parámetros u y v vienen determinados por las condiciones usuales de conservación de los campos en la frontera de separación núcleo-capa externa.

Las componentes longitudinales del campo guiado son muy pequeñas comparadas con las componentes transversales y contribuyen principalmente a la radiación en la dirección normal al eje de la fibra y tienen una contribución despreciable en el estudio del campo lejano. Se considera que la fibra es alimentada por un modo LP que viene guiado desde $-\infty$; la ecuación (I.19) es la expresión para el campo eléctrico (salvo factores de fase) justo en el plano de salida desde donde la fibra radia al espacio libre. El problema se convierte en calcular la señal de scattering del modo producido por una abertura circular. Suponiendo que se está en el régimen de observación de campo lejano:

$$D \gg 2 \frac{R^2}{\lambda} \quad (\text{I.20})$$

siendo D la distancia de observación y λ la longitud de la onda incidente, se puede utilizar la aproximación de Fraunhofer obteniendo una expresión para el campo en la forma:

$$E_{\ell m}(\rho, \theta) = \frac{AkR^2}{i^{\ell+1}} \cos(\delta) \Phi_{\ell m}(\rho, \theta) \frac{e^{iks}}{s}, \quad (\text{I.21})$$

siendo s la distancia desde el centro de la abertura al punto de observación, δ el ángulo que forma la recta que une los dos puntos con el eje longitudinal de la fibra y (R, θ) las coordenadas polares del punto de observación. La ecuación (I.21) representa un campo que tiene como amplitud compleja la misma que una onda esférica $\frac{e^{iks}}{s}$ que está modulada por los factores $\cos \delta$ y $\Phi_{\ell m}$. El factor $\cos \delta$ representa el efecto de la inclinación de la luz emergente con respecto al eje óptico. La función $\Phi_{\ell m}$ es una combinación de funciones de Bessel, que tiene un máximo principal en el centro de la sección, para el caso de la propagación del modo LP_{01} , asemejándose a la figura de difracción obtenida para una apertura circular. Y representa el efecto del carácter del modo con que se propaga a través de la fibra; como es una función real, el frente de ondas tiene una expresión idéntica al frente de ondas que radia una fuente puntual de luz en el centro del final de la fibra.

Para probar la eficacia del método propuesto los autores realizaron dos hologramas, uno registrado con la señal de salida de una fibra y una onda esférica y reconstruido con la señal de salida de la fibra. Un segundo holograma registrado con una onda plana y una onda esférica y reconstruido primero con la onda

esférica y luego con la señal de salida de la fibra. Previamente, se calculó la eficiencia del holograma utilizando la expresión (I.21). En la reconstrucción del primer holograma, la resolución coincide con la calculada teóricamente; en la reconstrucción del segundo holograma se comparan los resultados obtenidos con las dos señales, presentando una eficiencia de difracción 0.72 veces mayor para la reconstrucción con fibra cuando el centro de salida de la fibra (tanto en fibra multimodo como monomodo) coincide con el origen de la onda de referencia esférica.

El método demuestra que la óptica difractiva presenta una buena predicción para el campo de salida de una fibra óptica en la aproximación de guía de onda débil, observada en campo lejano, con una señal equivalente a un frente de onda esférico modulado. De esta forma, el holograma puede actuar como conversor de frente esférico [37]. La extensión a la señal de difracción producida por una fibra que no trabaja en la aproximación de guía de onda débil en campo próximo (aproximación de Fresnel considerada por Soares et al. [38] en 1978) requiere un análisis matemático bastante más complejo.

También hay que mencionar la expresión que utiliza Brinkmeyer [50]-[51] en 1977-78 para calcular el índice de refracción de una fibra: para incidencia de señal de salida laser, en una fibra con dirección de incidencia perpendicular al eje longitudinal de la misma, la expresión aproximada para la onda resultante es:

$$U(x_2) = \exp i\{\phi(x_2)\} - 1 \quad (I.22),$$

siendo $\phi(x_2)$ la fase de la onda de salida de la fibra, dando lugar a un patron de intensidad en la forma:

$$I(x_2) = |U(x_2)|^2 = 2[1 - \cos \phi(x_2)] \quad (I.23)$$

1.1.4.- Método de Galerkin para fibras dieléctricas con diámetro mucho más pequeño que la longitud de onda de la radiación incidente e índice de refracción constante, para campo lejano, y el caso de estado de polarización mantenido.

N. K. Uzunoglu et al. [52], en 1978, calcularon el scattering producido por una fibra de radio mucho menor que la longitud de onda de la radiación incidente, e índice de refracción constante. En esta caso, el propagador toma la forma:

$$g(\vec{\rho}, \vec{\rho}') = \exp(i k_0 |\vec{\rho} - \vec{\rho}'|) / |\vec{\rho} - \vec{\rho}'| \quad (I.24)$$

siendo $g(\vec{\rho}, \vec{\rho}')$ la función de Green escalar para el espacio libre. El campo eléctrico $E(\vec{\rho})$ satisface una ecuación integral del tipo Lippman-Schwinger [53]-[54]:

$$E(\vec{\rho}) = \hat{e}_i \exp(i \vec{k} \cdot \vec{x}) + \frac{[k^2(n^2-1)]/4\pi}{\int_V d\vec{\rho}' (1+k^{-1} \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla})} g(\vec{\rho}, \vec{\rho}') E(\vec{\rho}') \quad (I.25)$$

siendo n el índice de refracción del cilindro. Donde ahora la integral se extiende a todo el volumen V que encierra la onda de scattering, dentro y fuera del cilindro (en el caso de integrar

al volumen del cilindro, se obtiene el campo dentro del mismo).

Para el caso de una fibra con simetría circular e índice de refracción constante, cuando incide una onda en la dirección perpendicular al eje longitudinal del cilindro, con polarización paralela al eje del cilindro, el estado puede ser conservado en la propagación, ya que cuando se trata de ondas localmente planas, en términos de óptica de rayos, la dirección del campo electromagnético puede permanecer inalterada en la reflexión, de forma análoga a la propagación en una guía de ondas planas. Esta situación especial no se puede mantener en el caso de que la incidencia del haz siga un cierto ángulo de inclinación, o en el caso de fibra con perfil de índice de refracción parabólico, en el que la dirección del campo cambia constantemente describiendo una trayectoria helicoidal [2]. En la actualidad, existen fibras comercializadas con un perfil de índice de refracción específico que garantizan la conservación del estado de polarización de la luz incidente.

En el caso:

$$k_0 R \ll 1 \quad (I.26)$$

el campo dentro del cilindro es independiente de las variables angulares, y sólo dependen de la variable longitudinal x_z . Asumiendo estas condiciones, desarrollando el propagador en funciones de Bessel cilíndricas y despreciando los términos de orden superior a KR , se halla una ecuación integral para el campo cuyo núcleo es el cuadrado de la función de Bessel de orden uno multiplicado por una función exponencial (que es

desarrollable en serie de Fourier dentro de los límites para la variable longitudinal x_3 impuesto por el cilindro), que se calcula mediante métodos numéricos, desarrollando el campo eléctrico en una suma finita de ondas planas. La amplitud del campo de scattering se calcula asumiendo la hipótesis de campo lejano dada por la ecuación (I.9).

Este resultado se compara con el obtenido al desarrollar el campo inducido dentro del cilindro en términos de funciones de Bessel (dado que cumple la ecuación de ondas), y admitiendo que se trabaja en la aproximación:

$$k_0 R n \ll 1 \quad (I.27)$$

que corresponde al límite de la Óptica Geométrica. En este límite el método de resolución se basa en las propiedades de las funciones de Bessel. Para órdenes superiores J_n oscila rápidamente y el promedio de la suma de estos términos es pequeño por lo que puede aproximarse a J_0 , [54], resolviéndose la integral resultante por métodos numéricos.

Representando gráficamente la intensidad de scattering en función del ángulo de scattering, se obtiene una distribución aproximadamente parabólica con un máximo para la dirección de scattering hacia adelante (forward) de acuerdo con los resultados clásicos establecidos, siendo una solución equivalente a la difracción de Fraunhofer para pequeños ángulos de scattering, [55], equivalente a la aproximación WKB en mecánica cuántica.

1.1.5.- Método de la solución iterativa para la incidencia de onda TM en aproximación eikonal, para campo lejano y fibra de perfil de índice de refracción parabólico.

R.F. Alvarez-Estrada et al. [56] en 1980, calcularon el campo de scattering de ondas TM, por fibras dieléctricas inhomogéneas. Se estableció una aproximación eikonal a la ecuación integral de scattering, estudiando la validez de las iteraciones de la solución. La interpretación de la ecuación integral aproximada, proporciona una comprensión más sencilla del fenómeno. En el caso de incidencia de onda plana monocromática TM, el campo incidente se puede escribir en la forma:

$$\vec{E}_{inc}(\vec{\rho}) = (0, 0, E_0 \exp(i\vec{k} \cdot \vec{\rho})) \quad (I.28)$$

siendo $\vec{\rho}$ el vector de posición en el plano (x_1, x_2) ortogonal al eje longitudinal x_3 . La ecuación de ondas que rige la propagación del campo en la fibra es:

$$(\Delta_{\vec{\rho}} + k^2)E = \begin{cases} -k^2(\epsilon-1)E, & \vec{\rho} \in \Omega \\ 0, & \text{en el resto} \end{cases} \quad (I.29)$$

siendo:

$$\Delta_{\vec{\rho}} = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \quad (I.30)$$

En este caso, el propagador de la ecuación de scattering toma la misma forma que en la ecuación (I.8). La única componente del campo eléctrico no nula, es:

$$E(\vec{\rho}) = E_0 \exp(i\vec{k}\vec{\rho}) - \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} d^2\vec{\rho}' H_0^{-1}(k|\vec{\rho}-\vec{\rho}'|) k^2 [\epsilon(\vec{\rho}')-1] E(\vec{\rho}') \quad (I.31)$$

dónde el termino integral representa el campo de scattering. El estudio se lleva a cabo para una fibra de perfil parabólico:

$$\epsilon(\vec{\rho}) = \begin{cases} \epsilon_2 > 1, & R_2 > |\vec{\rho}| > R_1 \\ \epsilon_1 \left[1 - \Delta \left(\frac{|\vec{\rho}|}{R_1} \right)^2 \right] > \epsilon_2, & R_1 > |\vec{\rho}| > 0 \end{cases} \quad (I.32)$$

siendo

R_1 : Radio del núcleo

R_2 : Radio de la capa externa

ϵ_1 : valor máximo de la permitividad dieléctrica en el núcleo.

ϵ_2 : permitividad dieléctrica de la capa externa.

$$\Delta = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1} < \epsilon_h - 1, \quad h = 1, 2 \quad (I.33)$$

La ecuación (I.11) se resuelve por el método iterativo, generando las siguientes series:

$$\begin{aligned} E(\vec{\rho}) &= \sum_{n=0}^{\infty} E^n(\vec{\rho}), \\ E^{(0)}(\vec{\rho}) &= E_0 \exp(i\vec{k}\vec{\rho}) \\ E^{(n)}(\vec{\rho}) &= -\frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} d^2\vec{\rho}' H_0^{(1)}(k|\vec{\rho}-\vec{\rho}'|) k^2 [\epsilon(\vec{\rho}')-1] E^{(n-1)}(\vec{\rho}'), \\ & \quad n \geq 1 \quad (I.34) \end{aligned}$$

Las iteraciones convergen en los casos en que:

$$\alpha \ll 1, \quad \forall \epsilon(\vec{\rho}) \quad (I.35)$$

siendo α el máximo valor en la ecuación (I.32) para $\vec{\rho}$ fijo. En

el rango óptico de longitudes de onda y para fibras con radios R_1, R_2 en el intervalo 10^{-3} - 10^{-2} cm., la condición $\alpha < 1$ se cumple cuando $|c_h - 1| < 10^{-3}$, $h=1,2$.

Utilizando la aproximación de Glauber [56]-[59]:

$$\theta^2 k d \ll 1 \quad (I.36)$$

siendo d el radio de la fibra (que impone una acotación al ángulo máximo de scattering), se llega a una expresión para la amplitud de la onda de scattering en aproximación eikonal; aplicando la aproximación de campo lejano a la integral de scattering (I.5), donde ahora se denota:

$$E(\vec{\rho}) \approx E_0 \left\{ \exp(i\vec{k} \cdot \vec{\rho}) + \frac{\exp(ik|\vec{\rho}|)}{|\vec{\rho}|^{1/2}} T(\vec{k}', \vec{k}) \right\} \quad (I.37)$$

siendo \vec{k}' el vector de onda de scattering,

$$T_{eik}(\vec{k}', \vec{k}) = \left(\frac{k}{2\pi} \right)^{1/2} \exp(-i\pi/4) \int_{-\infty}^{\infty} dx'_2 \exp(-ik s_n \theta x'_2) \cdot \left\{ \exp[i\phi_{eik}(x_1=+\infty, x'_2)] - 1 \right\} \quad (I.38)$$

En este caso el campo resultante puede expresarse en la forma:

$$E(\vec{\rho}) \approx E_0 \exp \left\{ ikx_1 + i\phi_{eik}(x_1, x_2) \right\} \equiv E_{eik}(\vec{\rho}) \quad (I.39)$$

es el campo de salida de la fibra en aproximación eikonal, siendo $\phi(x_1, x_2)$ la fase de la onda de scattering en aproximación eikonal:

$$\phi_{eik}(x_2) = \frac{k}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} dx'_1 [c(x'_1, x_2) - 1] \quad (I.40)$$

Para el caso de una fibra con perfil de índice de refracción parabólico dado por (I.32), la fase eikonal toma la forma:

$$\phi_{eik} = 0, \quad |x_2| > R_2 \quad (I.41)$$

$$\phi_{eik} = k(\epsilon_2 - 1)(R_2^2 - x_2^2)^{1/2}, \quad R_2 > |x_2| > R_1 \quad (I.42)$$

$$\begin{aligned} \phi_{eik} = k \left\{ (\epsilon_2 - 1) [(R_2^2 - x_2^2)^{1/2} - (R_1^2 - x_2^2)^{1/2}] + \right. \\ \left. + (R_1^2 - x_2^2)^{1/2} [(\epsilon_1 - 1) - \frac{2\Delta\epsilon_1}{3R_1^2} (R_1^2 + 2x_2^2)] \right\}, \quad R_1 > |x_2| > 0 \end{aligned} \quad (I.43)$$

Y la amplitud de la onda de scattering en aproximación eikonal toma la forma:

$$\begin{aligned} T_{eik}(\vec{k}', \vec{k}) = \left(\frac{2k}{\pi} \right)^{1/2} \exp(-i\pi/4) \left\{ \int_0^{R_1} dx'_2 \cos(k \sin \theta x'_2) \right. \\ \cdot [\exp(i\phi_{eik}(x'_2)) - 1] + \int_{R_1}^{R_2} dx'_2 \cos(k \sin \theta x'_2) \cdot [\exp(i\phi_{eik}(x'_2)) - 1] \Big\} \end{aligned} \quad (I.44)$$

Se está en el rango de la aproximación, cuando el parámetro adimensional ν , que para el caso de fibras con perfil dado en la ecuación (I.12) toma la forma:

$$\begin{aligned} N_2 = \nu = \frac{1}{4} (\epsilon_2 - 1) + \frac{\epsilon_1 \Delta}{kR_1 (\epsilon_2 - 1)} [\lambda(R_2, x_2) + \lambda(R_1, x_2)] + \\ + \frac{\epsilon_1^2 \Delta^2 (x_2/R_1)^2}{\epsilon_2 - 1} [\lambda(R_2, x_2) + \lambda(R_1, x_2)]^2, \quad R_1 > |x_2| \geq 0, \quad R_2 > |\vec{\rho}| > R_1, \quad x_1 > 0 \end{aligned} \quad (I.45)$$

en la zona I

$$\begin{aligned} N_1 = \nu = \frac{1}{4} [\epsilon_1 - 1 - \Delta \left(\frac{|\vec{\rho}|}{R_1} \right)^2] + \\ + \frac{\overline{\epsilon_1 \Delta} (|x_1|/R_1)}{kR_1 [\epsilon_1 - 1 - \Delta (|\vec{\rho}|/R_1)^2]} + \frac{\epsilon_1 \Delta [\lambda(R_2, x_2) + x_1/R_1]}{kR_1 [\epsilon_1 - 1 - \Delta (|\vec{\rho}|/R_1)^2]} + \\ + \frac{\epsilon_1^2 \Delta^2 (x_2/R_1)^2 [\lambda(R_2, x_2) + x_1/R_1]^2}{\epsilon_1 - 1 - \Delta (|\vec{\rho}|/R_1)^2}, \quad R_1 > |x_2| > 0, \quad |\vec{\rho}| < R_1 \end{aligned} \quad (I.46)$$

en el núcleo

$$\nu = \frac{1}{4} (\epsilon_2 - 1), \quad R_2 > |x_2| > R_1, \quad |\vec{\rho}| < R_2 \quad \text{en la zona II}$$

v

$$R_1 > |x_2| \geq 0, R_2 > |\vec{\rho}| > R_1, x_1 < 0 \quad \text{en la zona III} \quad (\text{I.47})$$

(véase Fig. 2)

Donde:

$$\lambda(\alpha, \beta) = [(\alpha/R_1)^2 - (\beta/R_1)^2]^{1/2} \quad (\text{I.48})$$

es pequeño comparado con la unidad.

La solución exacta para el campo de salida de la fibra viene dada por el campo en aproximación eikonal, más un término correctivo, en la forma:

$$E(\vec{\rho}) = E_{e,ik}(\vec{\rho}) + E_c(\vec{\rho}) \quad (\text{I.49})$$

siendo $E_c(\vec{\rho})$:

$$E_c(\vec{\rho}) = X(\vec{\rho}) - \frac{1}{4i} \int_{\Omega} d^2\vec{\rho}' H_{0,eik}^{(1)}(k, \vec{\rho} - \vec{\rho}') k^2 \cdot \\ \cdot [c(\vec{\rho}') - 1] E_c(\vec{\rho}'), \quad (\text{I.50})$$

$$X(\vec{\rho}) = - \frac{1}{4i} \int_{\Omega} d^2\vec{\rho}' [H_0^{(1)}(k|\vec{\rho} - \vec{\rho}'|) - \\ - H_{0,eik}^{(1)}(k, \vec{\rho} - \vec{\rho}')] k^2 [c(\vec{\rho}') - 1] \cdot \\ \cdot [E_{e,ik}(\vec{\rho}') + E_c(\vec{\rho}')] \quad (\text{I.51})$$

Se espera que para $\vec{\rho} \in \Omega$ las series formadas por las sucesivas iteraciones de la ecuación (I.50) convergen rápidamente y E_c sea pequeño. En la sección 1.1.7 se presenta un análisis numérico basado en esta aproximación.

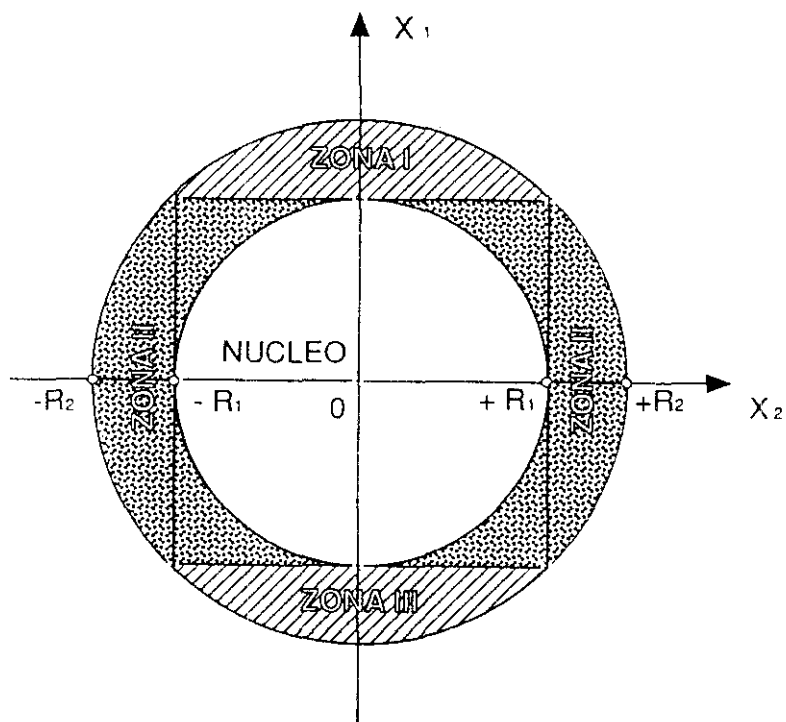


Fig. 2. Sección transversal de una fibra óptica y regiones de definición del parámetro ν .

1.1.6.- Método de la transformada rápida de Fourier para scattering producido por una corteza cilíndrica de material dieléctrico inhomogéneo para incidencia de onda TM.

S. Jegannathan y B. Ramamurthi [60], en 1990, calcularon el scattering para incidencia de onda TM producido por una configuración cilíndrica de material dieléctrico inhomogéneo y sección circular. El método se basa en dividir la sección en n celdas idénticas, lo suficientemente pequeñas como para considerar en cada una de ellas la permitividad dieléctrica y la intensidad total aproximadamente constante. Se supone que el campo eléctrico incidente no es función de la variable x_j (paralela al eje longitudinal de la capa). El campo total se determina resolviendo un sistema de ecuaciones, cuya forma matricial es [61]:

$$(I + Kc)\bar{e} = \bar{e}^i \quad (I.52)$$

donde \bar{e} y \bar{e}^i son vectores columnas de elementos e_n y e_n^i (este último para el campo incidente) con $n=1,2,\dots,N$; I es la matriz unidad de dimensión $N \times N$ y c es una matriz diagonal cuyo elemento $c_{nn} = \epsilon_n - 1$, siendo ϵ_n la constante dieléctrica media en la celda n , y K es una matriz cuyo elemento K_{mn} depende de la distancia ρ_{mn} entre los centros de las celdas m y n . Para resolver el sistema, se utiliza un algoritmo rápido que se basa en escribir la distancia entre los centros de las celdas ρ_{mn} en coordenadas polares, que puede ser generalizada con una función de

recurrencia, utilizando la transformada rápida de Fourier FFT (técnica de aproximación numérica en serie) para resolver el producto de matrices. El método describe el diagrama de scattering en función del ángulo. Puede ser de utilidad para describir scattering producido por fibra óptica en el caso de que la capacidad de ordenador requerida para calcular el scattering producido por un cilindro compacto no sea demasiado alta, debiéndose testear la validez de la aproximación, ya que, a veces, la técnica numérica de FFT puede presentar discrepancias con el valor exacto. El método expuesto equivale a calcular la dispersión producida en el borde.

1.1.7.- Estudio numérico del scattering de una onda TM producido por una fibra óptica para campo lejano en aproximación eikonal.

Con objeto de estudiar la validez de la aproximación eikonal para el campo de scattering de una onda TM (véase ec. (I.28)) por una fibra óptica con perfil parabólico, se ha realizado un estudio numérico de la convergencia de las series generadas por iteración de la ecuación integral, (ecuaciones (I.31)-(I.34)).

Supondremos que la observación se realiza a gran distancia del plano de salida de la fibra y, por tanto, es aplicable la ecuación de campo lejano (I.37), donde la amplitud de la onda de scattering está dada por la ecuación (I.44), y la fase por las

ecuaciones (I.41)-(I.43). Trabajando en el rango de la aproximación eikonal, es decir, se cumple la condición dada por la ecuación (I.36) y el parámetro ν definido por las ecuaciones (I.45)-(I.48) es mucho más pequeño que la unidad. Para estudiar la zona de aplicación de la aproximación eikonal, se ha calculado y representado gráficamente el parámetro ν en función del radio del núcleo R_1 , para incidencia de radiación de longitud de onda en el infrarrojo (comunmente utilizada en comunicaciones opticas), para fibra de parámetros:

$$\begin{aligned} n_1 &= 1.52 \text{ (índice de refracción del núcleo)} \\ n_2 &= 1.50 \text{ (índice de refracción de la capa externa)} \\ R_2 &= 50 \text{ } \mu\text{m} \text{ (radio de la capa externa)} \\ \Delta &= 10^{-2} \text{ (que implica condición de guía de onda débil)} \\ \lambda &= 0.8 \text{ } \mu\text{m} \text{ (longitud de onda de la radiación incidente)} \end{aligned} \quad (\text{I.53})$$

En la figura 3, se puede observar que el valor de ν decrece asintóticamente a cero a medida que aumenta el radio del núcleo. Junto con la condición (I.36), implica que la aproximación resuelve bien el caso de fibras con grandes núcleos. Incluso en el caso:

$$R_1 = 2 \mu\text{m} \quad (\text{I.54})$$

el parámetro ν sigue siendo menor que la unidad, y la aproximación es aplicable para radiación incidente infrarroja. La amplitud de la onda de scattering en la fibra en aproximación eikonal $T_{\text{eik}}(\vec{k}, \vec{k}')$, dada por la ecuación (I.44), es una expresión compleja que se puede escribir en la forma:

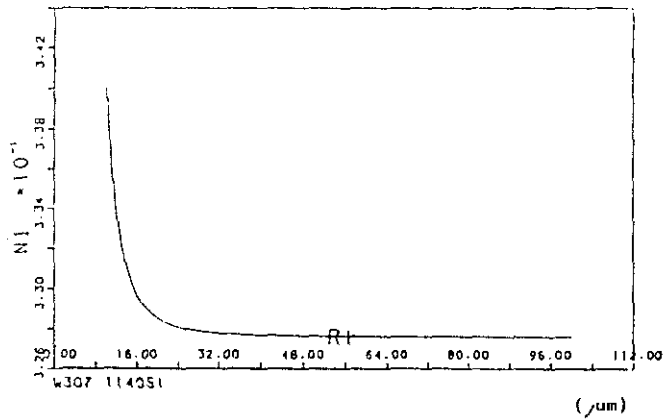
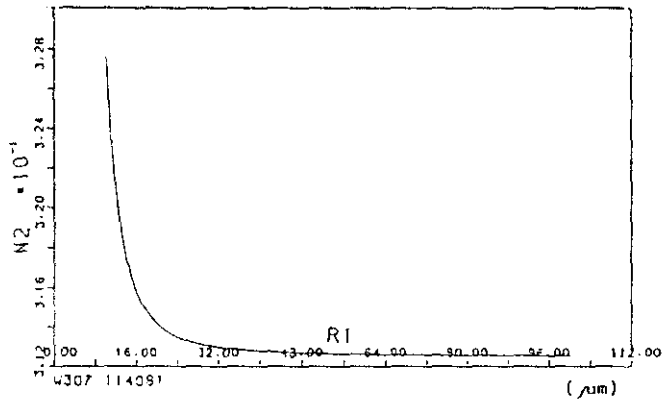


Fig. 3. Rango de validez de la aproximación eikonal en función del radio del núcleo de la fibra. $\lambda=0.8 \mu\text{m}$, siendo $N_1, N_2 < 1$, ecs. (I.45), (I.46)

$$T^{(1)}(\vec{k}', \vec{k}) = \text{Re} [T_{eik}^{(1)}(\vec{k}', \vec{k})] + i \text{Im} [T_{eik}^{(1)}(\vec{k}', \vec{k})] \quad , \quad (I.55)$$

Definimos: $T^{(1)}(\vec{k}', \vec{k}, x_1)$ como la amplitud de scattering producida por una capa concentrica arbitraria M de radio variable $R_H = \sqrt{R_1^2 - x_1^2}$, localizado en un punto x_2 arbitrario dentro del núcleo (véase Fig. 4)

$$\begin{aligned} \text{Re}[T^{(1)}(\vec{k}', \vec{k}, x_1)] &= \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k}{\Pi}} \int_{-\sqrt{R_1^2 - x_1^2}}^{\sqrt{R_1^2 - x_1^2}} dx'_2 \cos(k \text{ sen} \theta x'_2) [\cos \phi_{eik}(x'_2) + \text{sen} \phi_{eik}(x'_2) - 1] \end{aligned} \quad (I.56)$$

$$\begin{aligned} \text{Im}[T^{(1)}(\vec{k}', \vec{k}, x_1)] &= \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k}{\Pi}} \int_{-\sqrt{R_1^2 - x_1^2}}^{\sqrt{R_1^2 - x_1^2}} dx'_2 \cos(k \text{ sen} \theta x'_2) [-\cos \phi_{eik}(x'_2) + \text{sen} \phi_{eik}(x'_2) + 1] \end{aligned} \quad (I.57)$$

En las ecuaciones (I.56)-(I.57) se ha denotado $T^{(1)}(\vec{k}', \vec{k}, x_1)$ como la contribución del campo de scattering en sectores de la cara de salida de la fibra, para puntos x_1 arbitrarios tal que: $0 \leq x_1 \leq R_1$. Nótese que en este caso no tratamos la amplitud de scattering en el sentido clásico (única dependencia en θ), si no que se ha buscado el limite de integración variable para describir la distribución de la energía de la onda de scattering en zonas radiales de la fibra (con objeto de apreciar la condición de acoplo) y no como un centro de scattering clásico. Este tratamiento recuerda, en

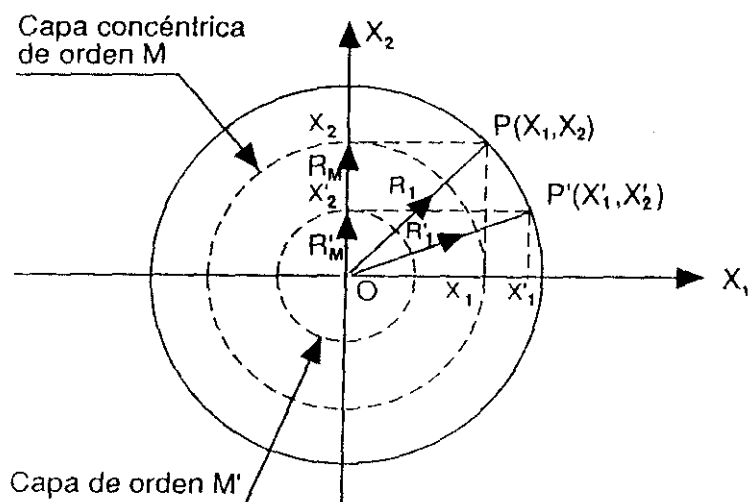


Figura 4.- Definición de un radio variable R_M para la capa concéntrica de orden M : $R_M = [R_1^2 - x_1^2]^{1/2}$ para puntos dentro del núcleo, en el plano transversal de la fibra: $0 \leq R_M \leq R_1$. La capa de orden 0 está definida para: $R_M = 0$ ($x_1 = R_1$). La capa de orden máximo está definida para: $R_M = R_1$ ($x_1 = 0$).

cierto modo, al realizado por R.F. Cordero Iannarella, [6], al estudiar el scattering de la luz por fibras inhomogéneas con onda incidente transversal gaussiana. En aquel estudio se consideró a la fibra formada por un número M arbitrario de capas concéntricas definidas en la sección transversal de la fibra, con radio variable, que es el tipo de límite que estamos aquí considerando.

Si se utiliza la aproximación eikonal en el sentido de Glauber [57] que supone la condición (I.36), implica que existe un ángulo máximo de scattering para el cual la aproximación eikonal es válida, dado por:

$$\theta \ll \sqrt{\frac{1}{kd}} \quad (\text{I.58})$$

siendo d el radio del núcleo.

A continuación se trabajará con el ángulo máximo permitido por la aproximación: $\theta \approx 0.24$ rad que representa la situación límite de máxima desviación respecto de la normal.

Se ha estudiado numéricamente la distribución de la amplitud de la onda $T^{(1)}$ para la región $0 \leq |x_2| \leq R_1$; para ello, se sustituye la expresión de la fase dada por la ecuación (I.43) en (I.56) y (I.57). Representando gráficamente el integrando de la parte real y la parte imaginaria en función de x_2 (coordenada horizontal de la sección de la fibra), se observa un decrecimiento parabólico para ambas, más brusco en el integrando de la parte imaginaria, hasta llegar a un mínimo a partir del cual empieza a crecer (véase figura 5(a) y (b)). Por integración numérica se obtienen los resultados para la parte real y la

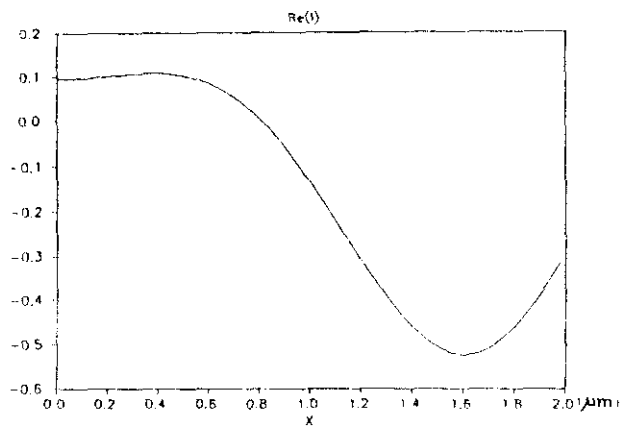


Fig. 5(a). Parte real del integrando de la amplitud $T_{\text{cik}}^{(1)}(\vec{R}', \vec{R}, x_1)$ (ec. (I.56))

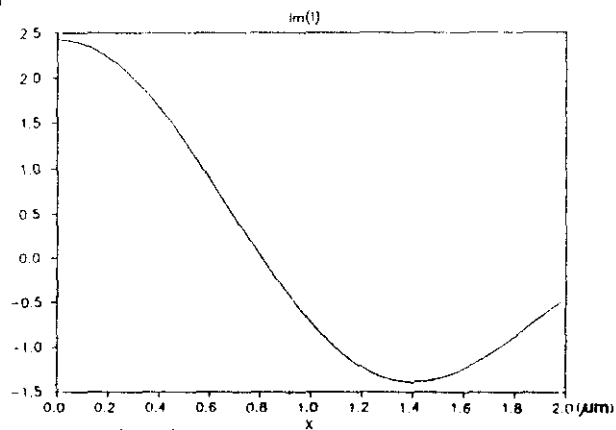


Fig. 5(b). Parte imaginaria del integrando de la amplitud $T_{\text{cik}}^{(1)}(\vec{R}', \vec{R}, x_1)$ (ec. (I.57))

parte imaginaria de $T^{(1)}$. La parte real de $T^{(1)}$ presenta un valor decreciente con x_1 (coordenada vertical de la sección de la fibra), siendo constante para x_2 (variable integrada). La parte imaginaria de $T^{(1)}$ presenta un comportamiento decreciente predominante con x_1 (véase figura 6), donde se ha denotado:

$$\begin{aligned} x_1 &= y \\ x_2 &= x \\ x_3 &= z \end{aligned} \quad (I.59)$$

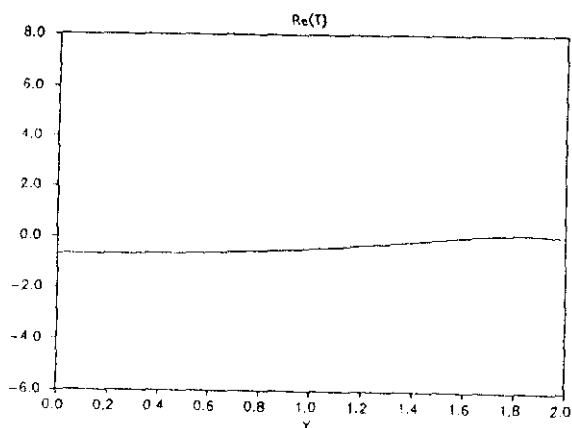
Comparando la parte real y la parte imaginaria, se observa que el valor para la parte real es negativo y muy próximo a cero, de forma que es la parte imaginaria la que marca el comportamiento dominante de $T^{(1)}$ total dada por:

$$T^{(1)} = \text{Re} [T^{(1)}] + i \text{Im} [T^{(1)}].$$

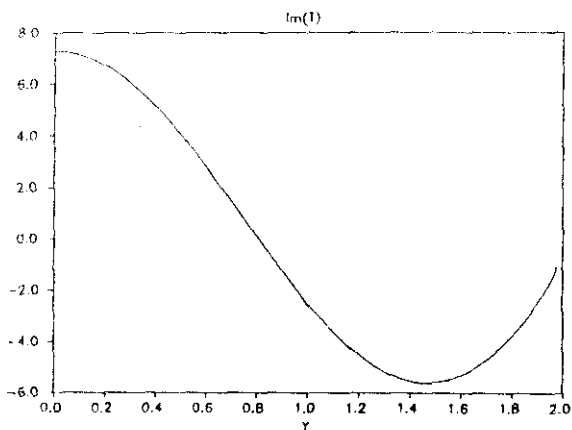
Este resultado es consecuente con el comportamiento de la sección eficaz diferencial total que enuncia el teorema óptico. Si bien aquí no se describe estrictamente el fenómeno para la dirección hacia adelante, se está considerando un ángulo sólido para el ángulo de scattering muy pequeño, al suponer la aproximación eikonal, ya que la máxima concentración de energía se produce en la dirección hacia adelante (forward), según el trabajo de Calvo y Juncos [58].

Si definimos el módulo de la amplitud eikonal como:

$$|T^{(1)}(\vec{k}', \vec{k}, x_1)| = \left\{ [\text{Re } T^{(1)}(\vec{k}', \vec{k}, x_1)]^2 + [\text{Im } T^{(1)}(\vec{k}', \vec{k}, x_1)]^2 \right\}^{1/2}$$



(a)



(b)

Fig. 6 (a) Parte real de $T^{(1)}$; escala comparativa.
(b) Parte imaginaria.

En la figura 7, se ha representado gráficamente su comportamiento en función de x_1 . Se tiene un máximo principal en el origen y un máximo secundario.

Dado que $T^{(1)}$ es una expresión compleja, se puede definir su fase como:

$$\operatorname{tg}^{-1} \left[\frac{\operatorname{Im} [T^{(1)}(\vec{K}', \vec{K}, x_1)]}{\operatorname{Re} [T^{(1)}(\vec{K}', \vec{K}, x_1)]} \right] \quad (\text{I.61})$$

En la figura 8 se ha representado gráficamente la fase de $T^{(1)}$ compleja en función de x_1 , obteniendo el comportamiento predicho por la ecuación (I.61).

La fase del campo de scattering se comporta aquí como una función que depende de la dirección de observación (localización en el plano de salida de la fibra), como consecuencia de la conservación de la energía predicha por Chandrasekhan [59] en un fenómeno de scattering donde el centro de scattering es un dispersor perfecto (ausencia de absorción).

Finalmente, se ha representado una curva 3D, $\operatorname{Re}[T^{(1)}(\vec{K}', \vec{K}, x_1)] = f(x_1, \operatorname{Im}[T^{(1)}(\vec{K}', \vec{K}, x_1)])$, observando un comportamiento creciente para ambos ejes, y un perfil parabólico para la fase representado en el plano $\operatorname{Im}[T^{(1)}]$, $\operatorname{Re}[T^{(1)}]$ (véase figura 9).

1.2.- ACOPLADOR HOLOGRAFICO DE TRANSMISION COMPUESTO PARA FIBRA OPTICA.

Como se ha señalado en la introducción, para que un acoplador holográfico trabaje en condiciones de máxima eficiencia, el campo de salida de los hologramas debe ser igual

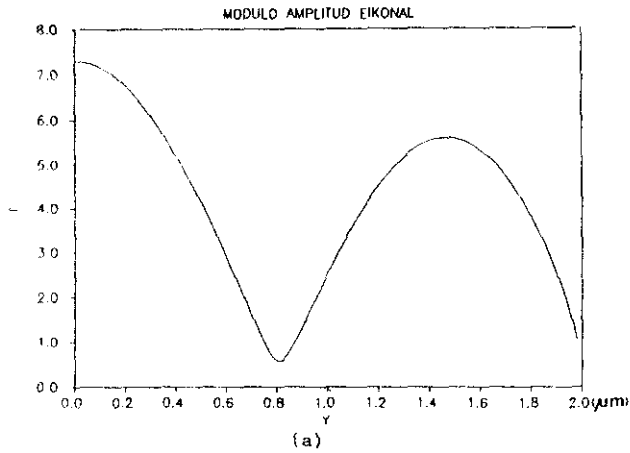


Fig. 7. Módulo de $T^{(11)}$, $y: 0 \rightarrow 1.9 \mu\text{m}$

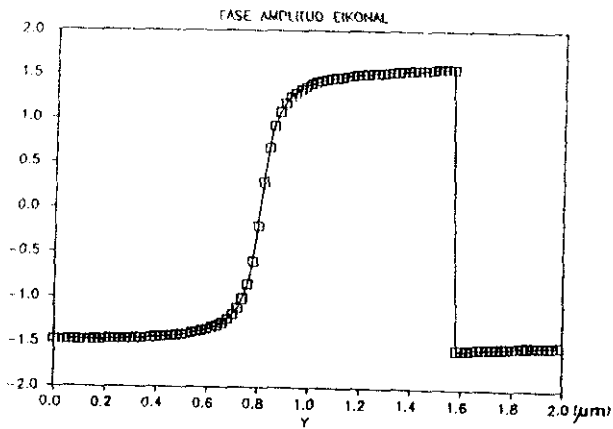


Fig. 8. Fase de $T^{(11)}$: $\text{tg}^{-1} \left[\frac{\text{Im}[T^{(11)}]}{\text{Re}[T^{(11)}]} \right]$

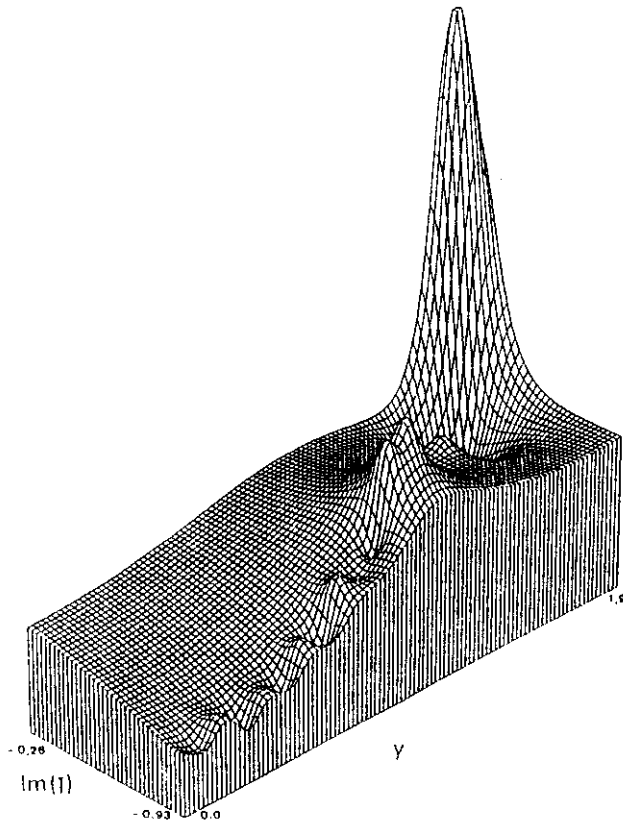


Fig. 9. Comportamiento de la amplitud de onda de $T^{(1)}$ para una fibra cilíndrica en aproximación eikonal, $\text{Re}[T^{(1)}] = f(y, \text{Im}[T^{(1)}])$

a la onda conjugada de la señal de salida del segundo elemento que se va a acoplar. En el caso de que se trate de conectar dos fibras ópticas, la señal emergente del holograma reconstruido, es la que excita el modo de propagación en la segunda fibra con la cual se realiza el acoplo. Tanto si las dos fibras son de diferente tipo, como similares, se deben realizar dos registros, uno con cada onda emergente de cada una de las dos fibras, para garantizar la conversión de la señal (ya que, aún en el caso de conectar un mismo tipo de fibra, una pequeña diferencia en la sección transversal del plano de salida puede dar lugar a una emisión de señal con alguna diferencia entre ambas). Para ello, Soares et al. [31] realizaron el llamado holoacoplador compuesto, que consta de dos hologramas, uno para cada mitad del conector. Además, el dispositivo debe realizar un acoplo selectivo en el caso de que opere con fibras multimodo; ya que se pueden producir fenómenos interferenciales entre modos, que originan un ruido adicional en el registro del holograma. El dispositivo se puede simplificar utilizando fibra monomodo que garantiza el registro con una única señal, de forma que la red holográfica realice la conversión de señal con la máxima eficiencia.

El dispositivo analizado en el presente trabajo consta de dos hologramas fuera de eje, registrados con la señal de salida de la fibra y la onda de referencia (que asumiremos onda plana monocromática para evitar restricciones dadas por Solymar y Cooke [27] en el registro impuestas por la onda gaussiana), siendo la onda de referencia para el registro del segundo

holograma la onda conjugada de la onda de referencia utilizada para el registro del primer holograma condición dada por Soares et al. para facilitar el acoplo [38], como se ha representado en la figura 10. La reconstrucción se realiza con la señal de salida de la primera fibra que incide en el primer holograma; el campo emergente debe ser igual a la onda conjugada de la segunda onda de referencia, a fin de que se cumplan las condiciones de acoplamiento.

El dispositivo se realiza en dos etapas, como es usual en un registro holográfico convencional.

Registro:

Sean:

U_{F1} : Onda objeto incidente en el primer holograma H_1

U_{R1} : Onda de referencia incidente en el primer holograma H_1

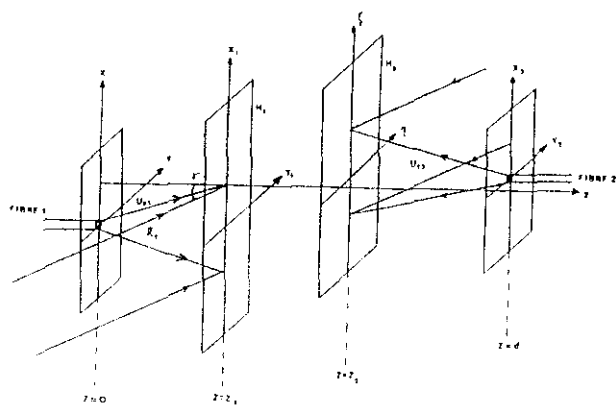
U_{F2} : Onda objeto incidente en el segundo holograma H_2

U_{R2} : Onda de referencia incidente en el segundo holograma H_2 .

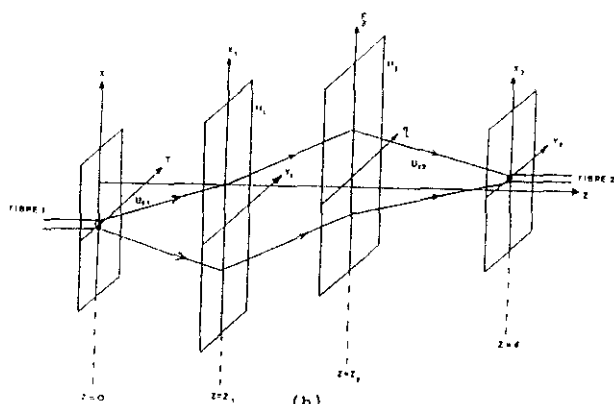
La transmitancia en amplitud para el primer holograma H_1 es:

$$T_1 = |U_{F1} + U_{R1}|^2 \quad (I.62)$$

Como se trabaja con un holograma fuera de eje, registrado por una onda de referencia plana monocromática y la onda objeto, en la reconstrucción del holograma la imagen real se forma en la dirección de propagación de la onda objeto incidente (a la derecha del holograma). La separación entre imagen real y virtual queda asegurada trabajando con valores del ángulo de



(a)



(b)

Fig. 10. Acoplador holográfico fibra-fibra
(a) Registro, (b) reconstrucción.

incidencia que produzcan espectros bien diferenciados. Por lo tanto, si no se utiliza ningún otro método auxiliar, en el acoplo a la segunda fibra, la única imagen que interviene es la imagen real. A esta técnica se le denomina técnica de proyección de imagen real descrita por Solymar y Cooke y utilizada por Soares et al. [27] y sólo es necesario considerar en la formulación teórica la amplitud de transmitancia para la imagen real:

$$T_1 \approx U_{F1}^* U_{R1} \quad (I.63)$$

Por el mismo razonamiento, la amplitud de transmitancia para el holograma H_2 será:

$$T_2 = |U_{F2} + U_{R2}|^2 \quad (I.64)$$

y la amplitud de transmitancia para la imagen real del holograma H_2 :

$$T_2 \approx U_{F2}^* U_{R2} \quad (I.65)$$

Reconstrucción.

Se reconstruye con la señal de salida de la primera fibra U_{F1} .

El campo transmitido por el primer holograma H_1 es:

$$U_{F1} T_1 \quad (I.66)$$

El campo transmitido por el segundo holograma H_2 es:

$$U_T = U_{F1} T_1 T_2 \quad (I.67)$$

Para que la señal transmitida por el sistema acople a la segunda fibra, el campo transmitido por el primer holograma U_c

debe ser igual a la onda conjugada de la segunda onda de referencia:

$$U_c = U_{f1} T_1 = U_{R2}^* \quad (I.68)$$

Y el campo transmitido por el segundo holograma debe ser igual al conjugado de la señal de salida de la segunda fibra:

$$U_T = U_{F2}^* \quad (I.69)$$

Considerando:

$$U_{R2} = U_{R1}^* \quad (I.70)$$

condición dada por Soares et al. [31] para facilitar el acoplo, la condición (I.68) implica:

$$U_{F1} U_{F1}^* U_{R1} = U_{R1} \quad (I.71)$$

$$|U_{F1}|^2 = 1 \quad (I.72)$$

La ecuación (I.72) es una condición de normalización de la onda objeto.

La condición de acoplo (I.69) implica

$$U_{F1} U_{F1}^* U_{R1} U_{F2}^* U_{R2} = U_{F2}^* \quad (I.73)$$

$$|U_{F1}|^2 |U_{R1}|^2 = 1 \quad (I.74)$$

El producto de las intensidades de la onda objeto y de la onda de referencia debe ser igual a la unidad.

1.2.1.- Hologramas registrados con la señal de salida de una fibra y onda de referencia plana.

Si U_{R1} es una onda plana monocromática, entonces:

$$|U_{R1}|^2 = R^2 = 1 \quad (I.75)$$

se admite la normalización en el módulo. Sustituyendo en la condición (I.74), se obtiene:

$$|U_{F1}|^2 = 1 \quad (I.76)$$

con lo que el estudio se reduce a la normalización de la señal de salida de la fibra.

Trabajando con la aproximación de Brinkmeyer para la señal emergente de la fibra óptica (ecuaciones (I.22) y (I.23)), la condición de normalización (I.76) implica:

$$\cos \varphi(x_2) = \frac{1}{2} \quad (I.77)$$

siendo x_2 el eje transversal de la fibra y φ la fase de la onda de scattering. En este caso,

$$\varphi(x_2) = \frac{\pi}{3} + 2n\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (I.78)$$

para $n = 0$, se obtiene el primer punto de acoplo:

$$\varphi_{e,1k} \approx \frac{\pi}{3} \approx 1,05 \text{ radianes} \quad (I.79)$$

Admitiendo la señal de salida de la fibra, en la aproximación de campo lejano, dada por la ecuación (I.37), la intensidad resultante es:

$$|E(\vec{\rho})|^2 = 1 + \frac{|T^{(1)}(\vec{R}', \vec{R}, x_1)|^2}{|\vec{\rho}|} + \frac{T^{*(1)}(\vec{R}', \vec{R}, x_1)}{|\vec{\rho}|^{1/2}} e^{-i|\vec{R}'||\vec{\rho}|} e^{i\vec{R}\vec{\rho}} +$$

$$+ \frac{T^{(1)}(\vec{k}', \vec{k}, x_1)}{|\vec{\rho}|^{1/2}} e^{i|\vec{k}||\vec{\rho}|} e^{-i\vec{k}\vec{\rho}} \quad (I.80)$$

y para obtener acoplo según la ecuación (I.76), debe ser:

$$|E(\vec{\rho})|^2 = 1 \quad (I.81)$$

siendo el producto escalar del vector de ondas incidente por el vector de posición:

$$\vec{k} \cdot \vec{\rho} = k\rho \cos \phi \quad (I.82)$$

y ϕ el ángulo que forman el vector de ondas incidente \vec{k} y el vector de posición en la sección de la fibra $\vec{\rho}$ (véase Figura 11),

$$|\vec{k}| |\vec{\rho}| - \vec{k} \cdot \vec{\rho} = k\rho (1 - \cos \phi) \quad (I.83)$$

Descomponiendo las exponenciales complejas de la ecuación (I.80) en parte real e imaginaria, sustituyendo la ecuación (I.83) en la expresión e igualando a la unidad por la ecuación (I.81), se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{|T^{(1)}(\vec{k}', \vec{k}, x_1)|^2}{2|\vec{\rho}|^{1/2}} &= \text{Im} [T^{(1)}(\vec{k}', \vec{k}, x_1)] \sin [k\rho(1 - \cos \phi)] - \\ &- \text{Re} [T^{(1)}(\vec{k}', \vec{k}, x_1)] \cos [k\rho(1 - \cos \phi)] \quad (I.84) \end{aligned}$$

La ecuación (I.84) representa una ecuación de acoplo para el sistema. Presenta una doble solución debido al doble signo implícito de la raíz del módulo del vector de posición de la sección transversal de la fibra.

Sustituyendo en la ecuación de acoplo (I.84), la aproximación eikonal en el sentido de Glauber para la incidencia

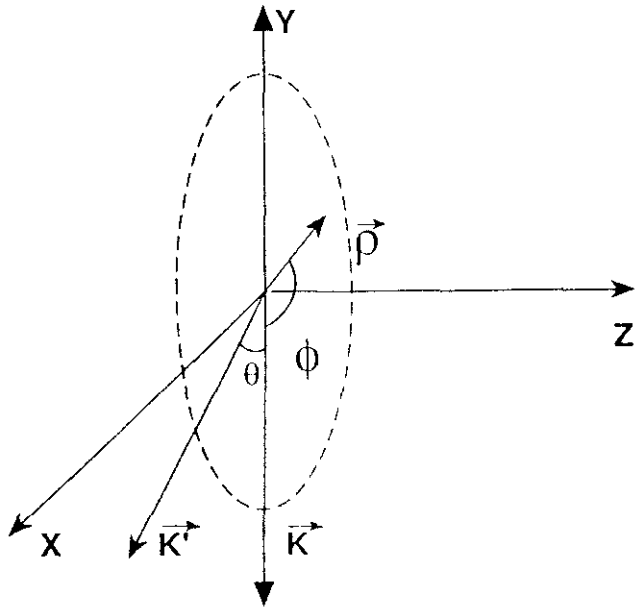


Figura 11.- Definición del ángulo de scattering: $\theta = (\vec{K}', \vec{K})$ y el ángulo: $\phi = (\vec{K}, \vec{\rho})$ tal como se expresa en la ecuación (I.82). ρ es en general un vector tridimensional. En el presente estudio se asume una geometría más sencilla y: $|\vec{\rho}| = [x^2 + y^2]^{1/2}$ dado por la condición de que el centro de scattering tiene simetría cilíndrica.

lateral en la fibra de una onda TM (ecuaciones (I.56)-(I.57)), se obtiene un punto de corte entre el primer término de la ecuación (I.84) $\frac{|T^{(1)}(\vec{k}', \vec{k}, x_1)|^2}{2|\vec{\rho}|^{1/2}}$ y el segundo término para la solución positiva:

$$|\vec{\rho}|^{1/2} = +|\vec{\rho}|^{1/2} \quad (I.85)$$

La solución negativa tiende al acoplo pero no llega a alcanzarlo.

En la figura 12 se ha representado secuencialmente los dos términos de la ecuación (I.84), en función de x para y fijo. El punto de corte (solución de acoplo) se encuentra en $y = 0.7 \mu\text{m}$. Para valores $y < 0.7 \mu\text{m}$, se observa como el sistema se va acercando a la condición de acoplo y para valores $y > 0.7 \mu\text{m}$ no se da esta condición al no reproducirse ningún punto de corte. Representa una situación crítica para el acoplo, que se puede controlar experimentalmente asegurando el alineamiento del sistema.

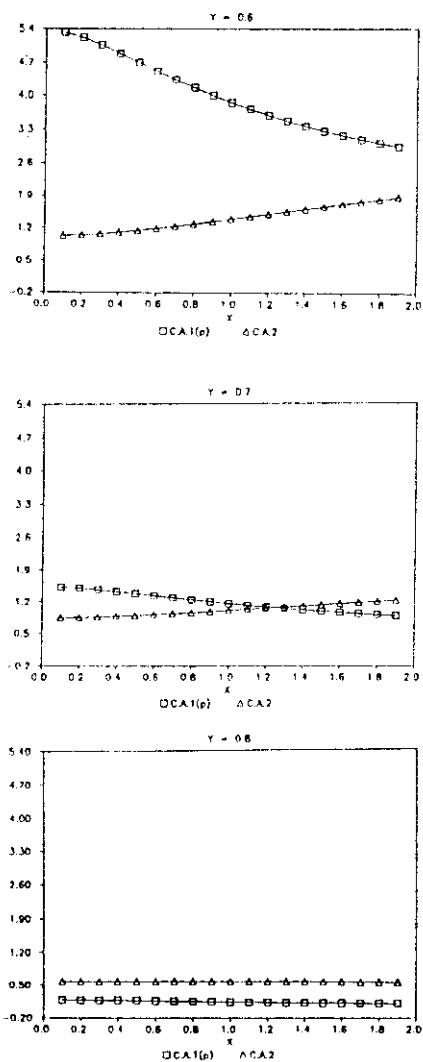


Fig. 12. Resolución numérica de la ecuación de acoplo (1.84): \square = primer término; \triangle = segundo término.

CAPITULO II

HOLOACOPLADOR DE TRANSMISION COMPUESTO CON

RECONSTRUCCION DE DOBLE IMAGEN EN EL SEGUNDO HOLOGRAMA

2.- INTRODUCCION Y FORMULACION BASICA

La técnica holográfica puesta a punto por Soares et al.[31], [38] está basada en la obtención de hologramas de Fresnel [62]. La placa holográfica se sitúa en campo cercano, es decir en la región de difracción de Fresnel del objeto y a una distancia arbitraria de la fuente de la onda de referencia, que incide fuera de eje. Dentro de las posibles técnicas de registro la técnica de proyección de imagen real explicada en el apartado 2 del capítulo 1, donde se genera una sólo imagen para el acoplo, es la que ha sido más comunmente utilizada. En este capítulo se estudia un método alternativo consistente tomar a la salida de uno de los hologramas la imagen virtual. Si bien en los métodos holográficos convencionales se han buscado técnicas que permitan eludir la acción de la imagen conjugada en la reconstrucción, haciéndola difractarse en distinta dirección de la onda objeto (Leith y Upatnieks, 1962), parece interesante en el caso de un holoacoplador estudiar la contribución de esta segunda imagen como posible método de mejora de las condiciones de acoplamiento. Para estudiar el efecto de superposición de las

dos imágenes proyectamos la imagen virtual mediante un sistema de espejos en la región de formación de la imagen real. De esta forma, se puede suponer que la amplitud de transmitancia del holograma es la suma de la amplitud de transmitancia para la imagen real y la amplitud de transmitancia para la imagen virtual. Hay un precedente a este método que consiste en utilizar cuatro espejos para hacer pasar la luz varias veces a través del holograma y ha sido propuesto por Collins y Caulfield [63], en 1989, para generar un llamado holograma resonante. Este funciona inmerso en el resonador formado al hacer incidir la onda de reconstrucción en un espejo parcialmente reflectante desde donde se transmite al holograma; la señal reconstruida incide en uno de los espejos que refleja la luz al holograma, actuando como onda de reconstrucción para dar lugar a la otra imagen que, a su vez, es reflejada por otro espejo, pasa a través del holograma e incide en un siguiente espejo parcialmente reflectante que refleja nuevamente la señal emergente, permitiendo la salida de parte de la señal después de haber sido reflejada varias veces por los espejos y haber pasado varias veces por el holograma. De esta forma, se consigue tener el efecto de superposición de un cierto número de exposiciones.

En este capítulo, se analiza primeramente el efecto de superposición de las dos imágenes, real y virtual, en el segundo holograma, estudiando la influencia de la variación del ángulo de incidencia de la onda de referencia en la condición de acoplo para el sistema holoacoplador-fibra óptica. Se estudia más adelante el comportamiento lineal del dispositivo aplicando las

técnicas del Análisis de Fourier a la ecuación de acoplo. Este análisis en el dominio de frecuencias espaciales da información sobre el porcentaje de energía requerido en el proceso holográfico, disponible en condiciones de linealidad [64]. Las condiciones de registro son análogas al sistema que se estudia en el capítulo 1, para una sólo imagen, con objeto de establecer un análisis comparativo entre los dos dispositivos. El dispositivo consta de dos hologramas registrados con la radiación emergente de la fibra y la onda de referencia.

Sean:

U_{F1} : Onda objeto incidente en el primer holograma H_1 en el registro.

U_{R1} : Onda de referencia incidente en el primer holograma H_1 en el registro.

U_{F2} : Onda objeto incidente en el segundo holograma H_2 en el registro.

U_{R2} : Onda de referencia incidente en el segundo holograma H_2 en el registro.

En condiciones de registro lineal, la transmitancia en amplitud T para el primer holograma es:

$$T_1 \approx |U_{F1} + U_{R1}|^2 = U_{F1}^2 + U_{R1}^2 + U_{R1}U_{F1}^* + U_{R1}^*U_{F1} \quad (\text{II.1})$$

Y la amplitud de transmitancia para el segundo holograma es:

$$T_2 \approx |U_{F2} + U_{R2}|^2 = U_{F2}^2 + U_{R2}^2 + U_{R2}U_{F2}^* + U_{R2}^*U_{F2} \quad (\text{II.2})$$

En el sistema de registro, se considera la imagen real para la transmitancia en amplitud T_1 :

$$T_1 \approx U_{R1} U_{F1}^* \quad (\text{II.3})$$

Y la suma de imagen real y virtual para la amplitud de transmitancia T_2 :

$$T_2 \approx U_{R2} U_{F2}^* + U_{R2}^* U_{F2} \quad (\text{II.4})$$

donde se admite un filtrado para los términos en intensidad $(U_{F1}^2 + U_{R1}^2)$ y $(U_{F2}^2 + U_{R2}^2)$.

El esquema de reconstrucción se puede ver en la figura 13. Se ha introducido una modificación en el dispositivo consistente en hacer converger la imagen virtual en la misma zona del espacio que la imagen real del segundo holograma, mediante un sistema de espejos. El espejo M_1 está situado en el punto imagen virtual, la recoge y envía hacia el espejo M_2 ; éste, a su vez, refleja la señal y la hace incidir en el plano de entrada de la segunda fibra, donde, en condiciones de perfecto alineamiento, se debe haber formado la imagen real.

El campo U_T transmitido por el primer holograma será:

$$U_T = U_{F1} U_{R1} U_{F1}^* \quad (\text{II.5})$$

Y el campo transmitido por el segundo holograma:

$$U_{T2} = U_T U_{R2} U_{F2}^* + U_T^* U_{R2}^* U_{F2} \quad (\text{II.6})$$

El acoplo se producirá cuando el campo transmitido por H_2 (el incidente en F_2) coincida con el conjugado del campo de salida de la segunda fibra:

$$U_{T2} = U_{F2}^* \quad (\text{II.7})$$

Imponiendo esta condición de acoplo y admitiendo que la

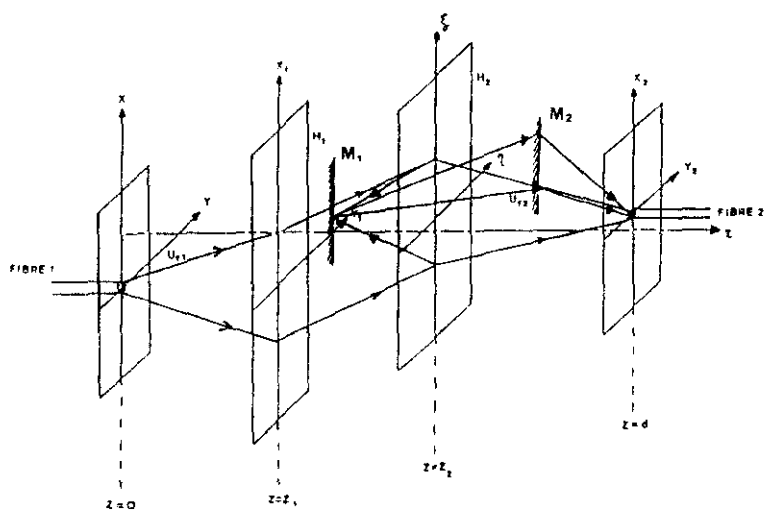


Figura 13. Reconstrucción del holoacoplador con doble imagen en el segundo holograma.

segunda onda de referencia es la conjugada de la primera, condición dada por Soares et al. [31] para facilitar el acoplo:

$$U_{R1} = U_{R2}^* \quad (\text{II.8})$$

Se obtiene:

$$(U_{R2}^*)^2 |U_{F1}|^2 U_{F2} = (1 - |U_{R2}|^2 |U_{F1}|^2) U_{F2}^* \quad (\text{II.9})$$

La ecuación (II.9) representa la condición necesaria para que se realice el acoplo en el sistema.

Suponiendo que las ondas de referencia son ondas planas monocromáticas:

$$U_{R1} = R e^{i\vec{k}_r \cdot \vec{r}} \quad (\text{II.10})$$

$$U_{R2} = R e^{-i\vec{k}_r \cdot \vec{r}} \quad (\text{II.11})$$

y trabajando con la señal de salida de la fibra la aproximación de Brinkmeyer [50]-[51]:

$$U_{Fi} = e^{(-1)^{i+1} \varphi_i(x_{2i})}, \quad i = 1, 2 \quad (\text{II.12})$$

La ecuación de acoplo (II.9) queda:

$$\begin{aligned} R^2 e^{2i\vec{k}_r \cdot \vec{r}} 2 [1 - \cos \varphi_1(x_{21})] [e^{-i\varphi_2(x_{22})} - 1] = \\ = \left\{ 1 - 2R^2 [1 - \cos \varphi_2(x_{22})] \right\} [e^{i\varphi_2(x_{22})} - 1] \quad (\text{II.13}) \end{aligned}$$

Esta ecuación se descompone en dos funciones, igualando partes real e imaginaria, que se puede escribir como:

$$F(x_{21}, x_{22}) + iG(x_{21}, x_{22}) = 0 \quad (\text{II.14})$$

De donde:

$$F(x_{21}, x_{22}) = 0 \quad (\text{II.15})$$

$$G(x_{21}, x_{22}) = 0 \quad (\text{II.16})$$

Siendo x_{ij} la coordenada j de la sección transversal de la fibra i , tal que $i, j=1, 2$.

El sistema formado por las ecuaciones (II.15)-(II.16) representa físicamente la línea de intersección de las dos superficies equifases $F(x_{21}, x_{22})$ y $G(x_{21}, x_{22})$ cuyo comportamiento se estudiará en las secciones 2.3 y 2.4. Si consideramos fija una de las coordenadas se obtiene un punto de intersección en el cual las tangentes a ambas superficies no son paralelas. Este resultado permite interpretar la condición de acoplo como una representación geométrica particular para las fases del campo de scattering emergente de la primera fibra e incidente en la segunda.

En las ecuaciones (II.15) y (II.16):

$$F(x_{21}, x_{22}) = 2R^2 \left\{ 1 - \cos [\varphi_1(x_{21})] \right\} \cdot \left\{ \cos [-\varphi_2(x_{22}) + 2\vec{k}_r \cdot \vec{r}] - \cos(2\vec{k}_r \cdot \vec{r}) + \cos [\varphi_2(x_{22}) - 1] \right\} - \cos [\varphi_2(x_{22})] + 1 \quad (\text{II.17})$$

$$G(x_{21}, x_{22}) = 2R^2 \left\{ 1 - \cos [\varphi_1(x_{21})] \right\} \cdot \left\{ \sin [-\varphi_2(x_{22}) + 2\vec{k}_r \cdot \vec{r}] - \sin(2\vec{k}_r \cdot \vec{r}) + \sin [\varphi_2(x_{22})] \right\} - \sin [\varphi_2(x_{22})] \quad (\text{II.18})$$

El sistema formado por las ecuaciones (II.15)-(II.16), junto con (II.17)-(II.18) forman una par de ecuaciones implícitas en las coordenadas x_{ij} . La condición necesaria y suficiente para que el sistema tenga solución no trivial distinta de cero en una región arbitraria, es que el jacobiano asociado sea no nulo:

$$J(F, G) = \begin{vmatrix} \frac{\partial F}{\partial x_{21}} & \frac{\partial F}{\partial x_{22}} \\ \frac{\partial G}{\partial x_{21}} & \frac{\partial G}{\partial x_{22}} \end{vmatrix} \neq 0 \quad (\text{II.19})$$

De (II.19) se obtienen las condiciones triviales:

$$R^2, \varphi'_1(x_{21}), \varphi'_2(x_{22}) \neq 0 \quad (\text{II.20})$$

que coincide con las condiciones de partida.

Y:

$$\cos \varphi_1(x_{21}) \neq -1 \quad (\text{II.21})$$

Que implica:

$$|U_{F1}|^2 \neq 0 \quad \text{trivial} \quad (\text{II.22})$$

Y

$$|U_{F1}|^2 \neq 4 \quad (\text{II.23})$$

Esta última es una condición para la intensidad de la señal emergente de F_1 .

Operando de acuerdo con la ecuación (II.19) se obtiene una desigualdad que puede expresarse de forma simplificada:

$$P \neq S \quad (\text{II.24})$$

Siendo:

$$P = \cos \varphi_2(x_{22}) + \cos [-\varphi_2(x_{22}) + 2\vec{k}_r \cdot \vec{r}] \quad (\text{II.25})$$

el primer término de la desigualdad. Y:

$$S = \frac{1}{2} \left\{ \cos 2 [-\varphi_2(x_{22}) + \vec{k}_r \cdot \vec{r}] + \cos 2 \vec{k}_r \cdot \vec{r} \right\} + 1 \quad (\text{II.26})$$

el segundo término de la desigualdad.

De acuerdo con el método matemático desarrollado se pueden presentar dos casos posibles:

a) P y S son funcionalmente independientes, obtenido de la condición (II.19): $J \neq 0$. En este caso se cumple la condición de acoplo de energía en el sistema.

b) P y S son funcionalmente dependientes. Este resultado se obtiene de la condición $J=0$. En este caso no se cumple la condición de acoplo.

Por tanto, la desigualdad expresa, dentro de los límites de la aproximación eikonal, la condición de acoplo en términos de la coordenada vertical x_{22} en la cara de entrada de la segunda fibra y la fase de la onda de referencia $\vec{K}_r \cdot \vec{r}$. Estudiaremos a continuación la tolerancia del sistema en función de estos parámetros.

2.1.- ESTUDIO NUMERIO DE LA CONDICION DE ACOPLO [65]-[68].

Estudiaremos numéricamente las funciones P y S de acuerdo con las ecuaciones (II.25)-(II.26), para el caso de una fibra transmitiendo con iluminación lateral, y en la que se va a admitir la aproximación eikonal para la fase de la onda de scattering emergente de la fibra (ecuaciones (I.41)-(I.43)). Se han considerado los parámetros físicos dados en las ecuaciones (I.53)-(I.54) y se ha calculado numéricamente:

$$P, S = f(\vec{K}_r \cdot \vec{r}) \quad (\text{II.27})$$

Dentro del intervalo:

$$0 \leq x_{22} \leq 50 \mu\text{m} \quad (\text{II.28})$$

Los resultados obtenidos se representan en las figuras 14-15. En la Figura 14 se muestran tres comportamientos para puntos x_{22} dentro del núcleo de la fibra: $0 \leq x_{22} \leq 2\mu\text{m}$. En la Fig. 15 se han seleccionado igualmente tres comportamientos para puntos x_{22} en la capa externa: $30\mu\text{m} \leq x_{22} \leq 50\mu\text{m}$. En ambos casos P y S tienen una distribución periódica siendo S (gráfica superior) $>$ P (gráfica inferior). En ambos casos se obtienen resultados con $P \neq S$ lo que implica que se cumple la condición de acoplo. Solamente se observan valores en que $P=S$ para puntos x_{22} discretos fuera del núcleo de la fibra, donde no se va a producir la máxima concentración de energía. Se observa sin embargo una situación más crítica en la frontera núcleo-capa externa ($x_{22} = 2\mu\text{m}$), así como el caracter irregular del acoplamiento en la capa externa.

Integrando la diferencia entre los dos términos en función de la fase de la onda de referencia (para un pulso aislado), se puede ver como varia el acoplo en un periodo. Se ha representado gráficamente:

$$E = \frac{\int_{(\vec{R}_r \cdot \vec{r})_1}^{(\vec{R}_r \cdot \vec{r})_2} [S(\vec{R}_r \cdot \vec{r}) - P(\vec{R}_r \cdot \vec{r})] d(\vec{R}_r \cdot \vec{r})}{E_{\text{max}}} \cdot 100 \quad (\text{II.29})$$

Para la región: $0 \leq |x_2| \leq R_2$, donde la diferencia normalizada, como estimación cuantitativa, se ajusta a la forma del perfil del índice de refracción de la fibra. Y la región: $0 \leq |x_2| \leq R_1$, donde, en promedio, el valor es aproximadamente

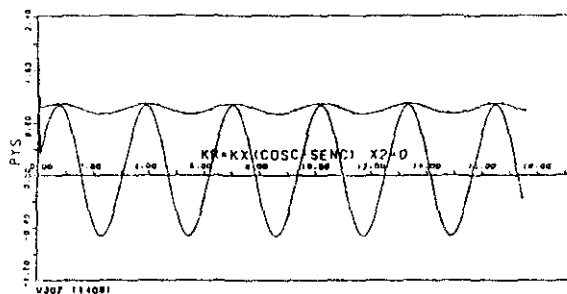
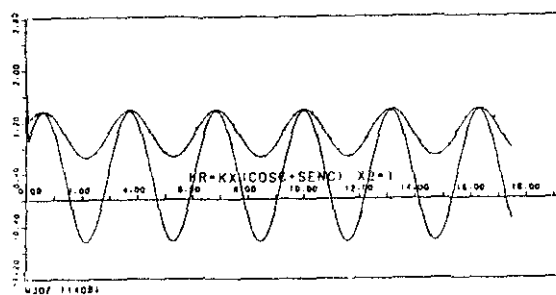
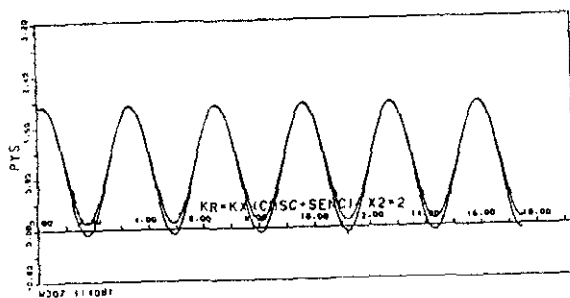


Fig. 14. Representación de S y P , $x_2 = 0, 1, 2 \mu m$

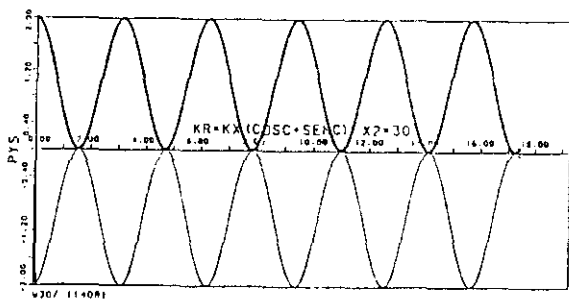
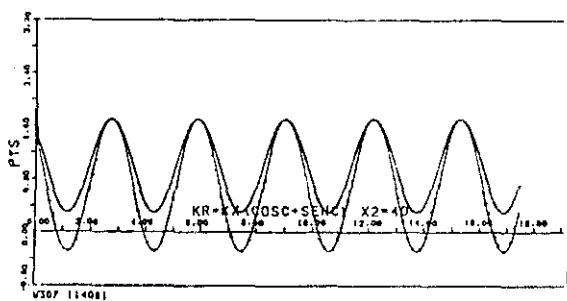
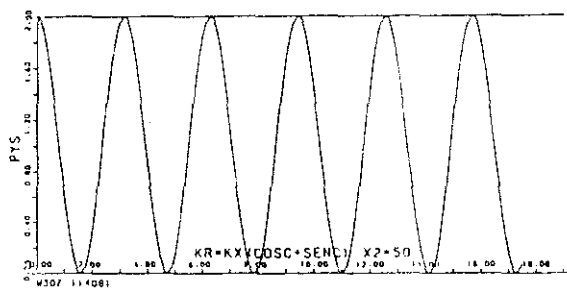


Figura 15. Representación de S y P , $x_2 = 30, 40, 50 \mu m$

constante (véase figura 16).

Dado que éste es un estudio puntual en la variable vertical de la sección transversal de la fibra, el acoplo total de señal se obtendrá mediante la suma de todas las contribuciones:

Debe ser:

$$\text{INTP} + \text{INTS} \quad (\text{II.30})$$

Donde:

$$\begin{aligned} \text{INTP} &= \int_{-R_2}^{+R_2} P(x_{22}) \, dx_{22} \\ \text{INTS} &= \int_{-R_2}^{+R_2} S(x_{22}) \, dx_{22} \end{aligned} \quad (\text{II.31})$$

Se ha representado gráficamente la contribución total (véase figura 17), donde se mantiene el resultado obtenido en las figuras 13-14 para pequeños y grandes valores del ángulo de incidencia de la onda de referencia (véase Fig. 18) con $\gamma=10^\circ$ y 45° respectivamente.

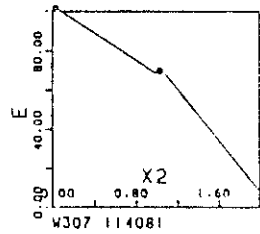
Donde se ha supuesto:

$$\vec{R}_r \cdot \vec{r} = k(x \sin \gamma + z \cos \gamma) \quad (\text{II.32})$$

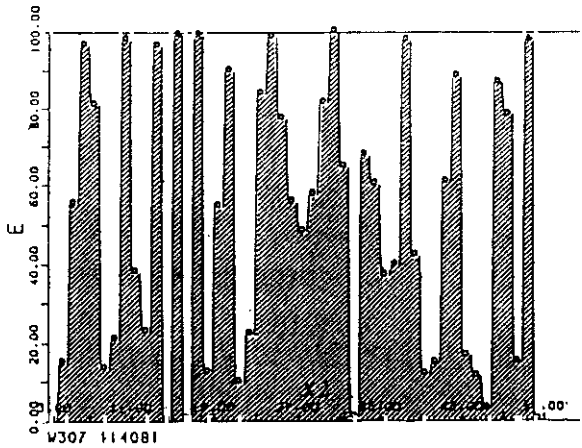
2.2.- ESTUDIO DE LA VALIDEZ DE LA CONDICION DE ACOPLO [69]

La solución estudiada para el sistema implícito formado por las ecuaciones (II.15) y (II.16), dada por la ecuación (II.19), implica que existe al menos un punto de corte entre ambas curvas F y G en las cuales sus tangentes no son paralelas.

De la ecuación (II.15) se obtiene:



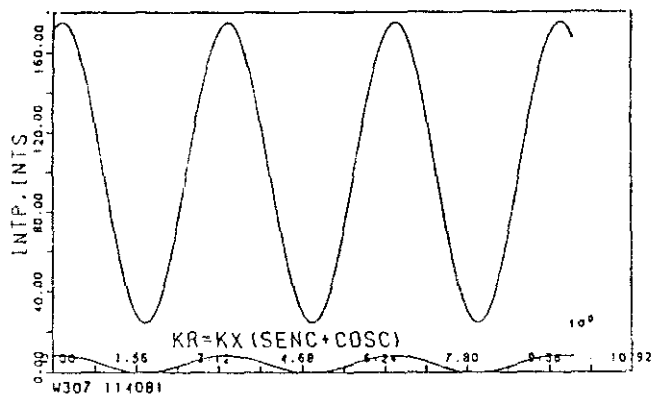
(a)



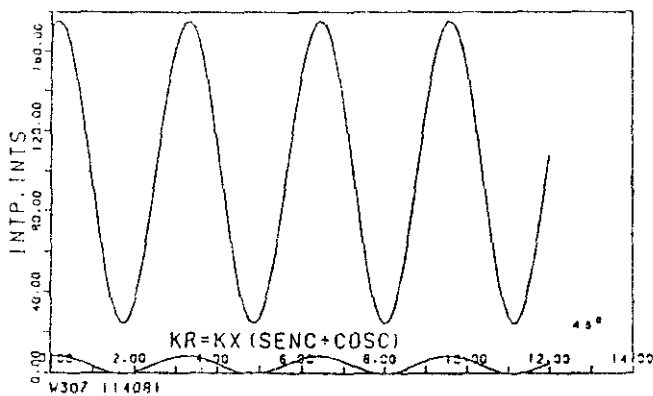
(b)

Figura 16. Diferencia entre S y P en un pulso.

(a) $0 \leq x_2 \leq R_1$; (b) $R_1 \leq x_2 \leq R_2$



(a)



(b)

Figura 17. $INTP, INTS = f(\vec{K}_r, \vec{r})$ (a) Incidencia de la referencia a 10° (b) Incidencia de la referencia a 45° .

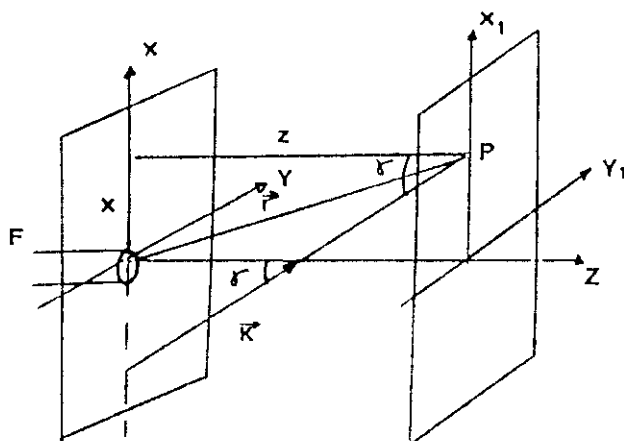


Figura 18. Registro del primer holograma. Referencia incidente
en el plano $y = 0$

$$\varphi_1(x_{21}) = \cos^{-1}(a_{r1}) \quad , \quad (II.33)$$

$$a_{r1} = \left\{ 1 + \left\{ (1 - \cos [\varphi_2(x_{22})]) / \right. \right. \\ \left. / (\cos [\varphi_{22}(x_{22})] \cos 2\vec{k}_r \cdot \vec{r} + \sin[\varphi_2(x_{22})] \sin 2\vec{k}_r \cdot \vec{r} - \cos[2\vec{k}_r \cdot \vec{r}] + \right. \\ \left. \left. + \cos [\varphi_2(x_{22}) - 1]) \right\} \right\} \quad (II.34)$$

De la ecuación (II.16) se obtiene:

$$\varphi_1(x_{21}) = \cos^{-1}(a_{r2}) \quad , \quad (II.35)$$

$$a_{r2} = \left\{ 1 - \left\{ 1 / \right. \right. \\ \left. / [-\cos 2\vec{k}_r \cdot \vec{r} + \cotg \varphi_2(x_{22}) \sin 2\vec{k}_r \cdot \vec{r} - \frac{\sin 2\vec{k}_r \cdot \vec{r}}{\sin \varphi_2(x_{22})} + 1] \right\} \right\} \quad (II.36)$$

Se obtendrá un punto de corte entre $F = 0$ y $G = 0$ cuando

$$a_{r2} = \pm a_{r1} \quad (II.37)$$

La igualdad entre los argumentos establece una acotación a los valores posibles de la fase de la onda de referencia, $\vec{k}_r \cdot \vec{r}$. En la figura 19, se ha representado el argumento a_{r1} correspondiente a la fase de la primera fibra, deducido de la curva $F = 0$, denotado por σ , y el argumento a_{r2} correspondiente a la fase de la primera fibra, deducido de la curva $G = 0$, denotado por Δ , obteniéndose dos puntos de corte.

Para que el sistema tenga solución real, deben ser, además,

$$a_{r1}, a_{r2} \leq 1 \quad (II.38)$$

Se ha realizado una estimación numérica del comportamiento de a_{r1} y a_{r2} en función de los valores de la fase φ_2 .

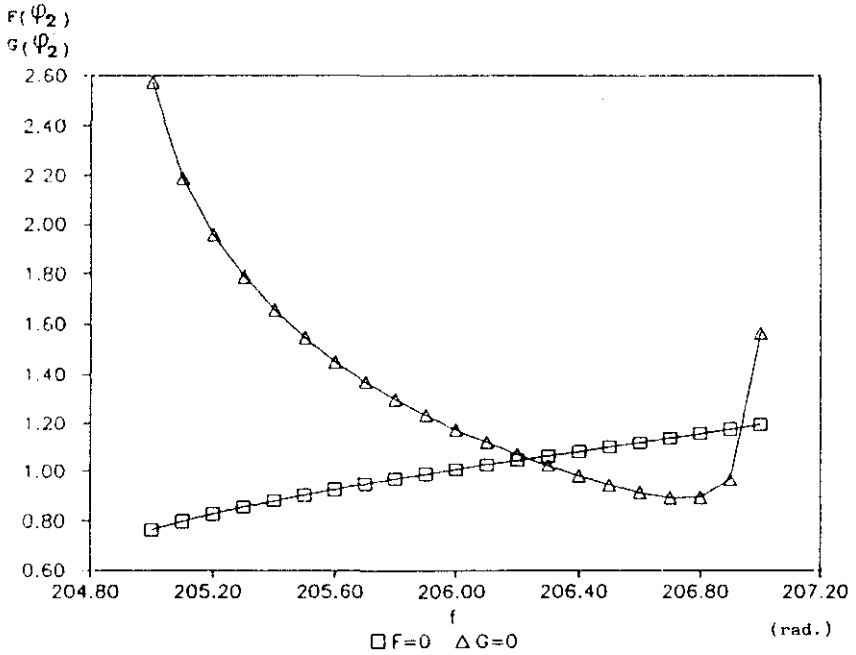


Figura 19. Solución para el sistema de acoplo, $\vec{K}_r \cdot \vec{I} = 1.0$

Intervalo φ_2 : 205 \longrightarrow 207 rad.

Los resultados se muestran en las Figuras 20-21.

La condición de solución real se cumple por intervalos. En $\varphi_2 = 2$ existe una singularidad en a_{r1} , en el resto, a_{r1} y a_{r2} se comportan de forma cuasi-periódica en un entorno de ± 1 , exceptuando puntos en los cuales existe una desviación con respecto al dominio de definición real (véase figura 20). Representando gráficamente los argumentos a_{r1} y a_{r2} se comprueba que en todos los casos existe, al menos, un punto de corte (como máximo dos) y las tangentes a ambas curvas en dichos puntos de intersección nunca son paralelas (véase figura 22) tal y como se establece en el tipo de solución obtenido analíticamente.

Los dos primeros puntos de corte obtenidos en el primer intervalo s han ajustado por métodos gráficos (figuras 23-24):

$$\varphi_2 \approx 5.175, \varphi_1 \approx 1.055 \text{ radianes} \quad (\text{II.39})$$

$$\varphi_2 \approx 5.906, \varphi_1 \approx 1.19 \text{ radianes}$$

La solución (II.39) obtenida para el primer punto de corte para el sistema de doble imagen coincide con la solución obtenida para la fase en el sistema con una sola imagen, dada en (I.79) y deducida de la condición de normalización de acoplo (I.76).

2.3.- ESTUDIO DE LA SUPERFICIE $F(x_{21}, x_{22}) = 0$.

Para que la ecuación (II.15) tenga solución real, debe ser de acuerdo con (II.17):

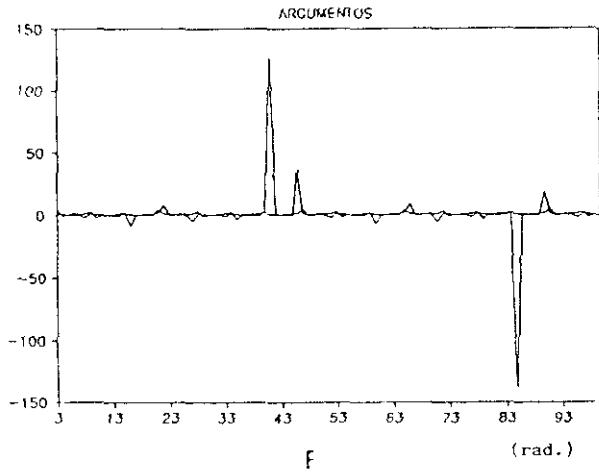


Figura 20. $a_{21}, a_{22} = f(\varphi_2)$, $\varphi_2: 3 \rightarrow 93$

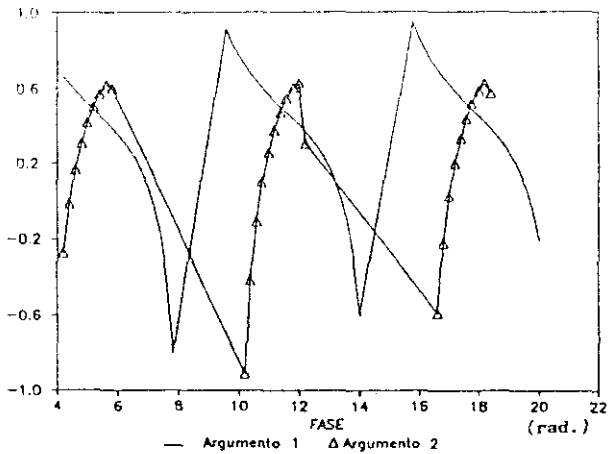


Figura 21. $a_{21}, a_{12} = f(\varphi_2)$, $\varphi_2: 4 \rightarrow 19$, comportamiento "cuasi-periódico".

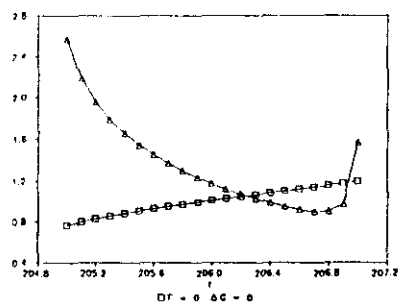
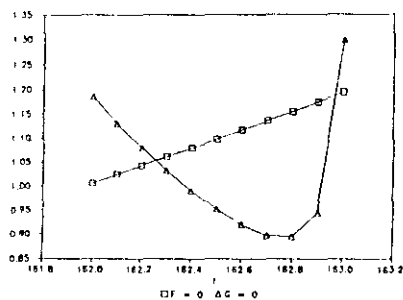
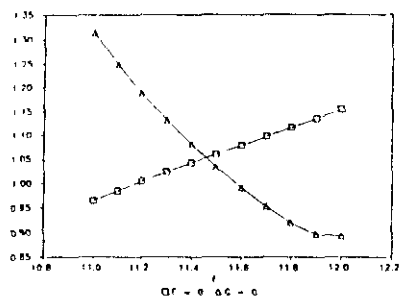


Figura 22. Curvas $F=0$ y $G=0$, gráficas representativas de los puntos de corte.

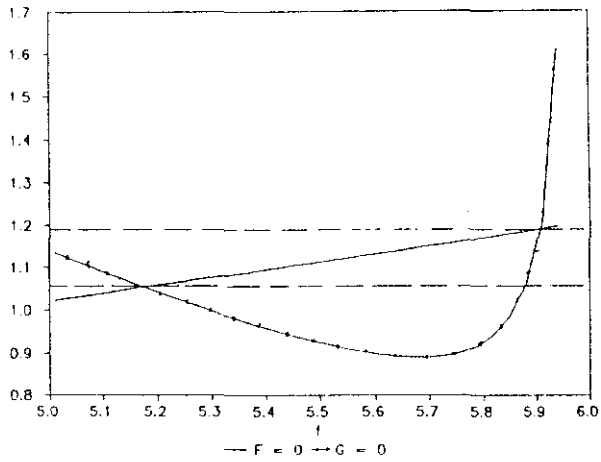


Figura 23. Ajuste de los puntos de corte en el primer intervalo de solución para el sistema. Componentes horizontales.

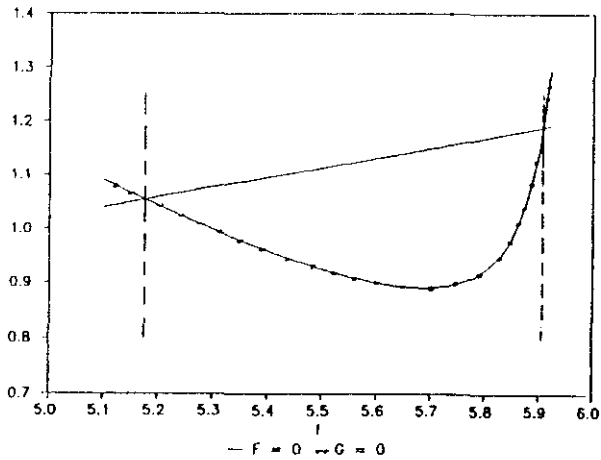


Figura 24. Ajuste de los puntos de corte en el primer intervalo de solución para el sistema. Componentes verticales.

$$\frac{1 - \cos \varphi_1}{\cos [-\varphi_2 + 2\vec{k}_r \cdot \vec{r}] - \cos [2\vec{k}_r \cdot \vec{r}] + \cos [\varphi_2 - 1]} \leq 0 \quad (\text{II.40})$$

Esta desigualdad presenta una solución particular:

$$\varphi_1 = 2n\pi \quad , \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{II.41})$$

que es independiente del valor de la fase para la onda de referencia, $\vec{k}_r \cdot \vec{r}$.

Y una ligadura o restricción a los valores posibles de $\vec{k}_r \cdot \vec{r}$ en función de φ_2 en el caso en que:

$$\cos [-\varphi_2 + 2\vec{k}_r \cdot \vec{r}] - \cos [2\vec{k}_r \cdot \vec{r}] + \cos [\varphi_2 - 1] < 0 \quad (\text{II.42})$$

para

$$\cos \varphi_2 \leq 1 \quad (\text{II.43})$$

De donde se extrae una acotación a los valores posibles de $\vec{k}_r \cdot \vec{r}$

Donde:

$$2\vec{k}_r \cdot \vec{r} < \cos^{-1} (b_{\pm}) \quad (\text{II.44})$$

$$b_{\pm} = -\cos (\varphi_2 - 1) (\cos \varphi_2 - 1) \pm$$

$$\left\{ \cos^2 (\varphi_2 - 1) (\cos \varphi_2 - 1)^2 - 2(1 - \cos \varphi_2) [\cos^2 (\varphi_2 - 1) - \sin^2 \varphi_2] \right\}^{1/2} / [2(1 - \cos \varphi_2)] \quad (\text{II.45})$$

El comportamiento de la ecuación (II.44) depende de la caracterización del estado de polarización de la onda de referencia. En particular, se han estudiado dos casos posibles que a continuación se exponen.

2.3.1.- Onda de referencia incidiendo en el plano XZ.

En este caso la expresión para la fase de la onda de referencia coincide con la ecuación (II.32).

Imponiendo la condición de solución real, (ecuación II.40) se obtiene una acotación a los valores del ángulo de incidencia de la onda de referencia, γ , y el dominio de variación del ángulo de incidencia de dicha onda con respecto a la fase de la onda de scattering saliente de la segunda fibra, $\frac{d\gamma}{d\varphi_2}$. Esta acotación puede expresarse como una cota superior:

$$\frac{d\gamma}{d\varphi_2} < \frac{a}{(x \cos \gamma - z \sin \gamma)} \quad , \quad (II.46)$$

Donde:
$$a = \frac{db}{d\varphi_2} \quad (II.47)$$

y:
$$b = \frac{1}{2k} \cos^{-1} (b_{\pm}) \quad (II.48)$$

Tomando por ejemplo $\gamma = 1$ radián (dentro de la región de acotación), se ha representado gráficamente el dominio de variación de $\frac{d\gamma}{d\varphi_2}$. Se observa que a medida que las distancias entre el plano de salida de la fibra y el plano de localización del primer holograma disminuyen, el dominio de variación aumenta y, por tanto, el rango de valores permitidos es más amplio que para distancias mayores. Si bien las tolerancias angulares parecen ser restrictivas. La cota superior corresponde a la curva superior en la figura 25 (representada con el símbolo o).

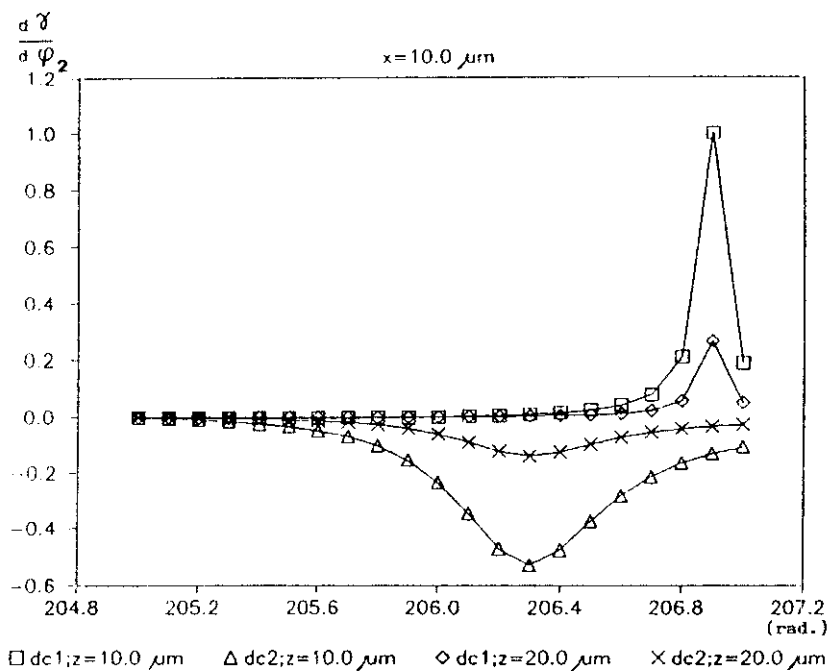


Figura 25. Cotas superiores a la variación del ángulo de incidencia de la referencia γ con respecto a la fase de la onda de scattering φ_2 , $\frac{d\gamma}{d\varphi_2}$. La sumas se han normalizado con respecto al valor máximo obtenido para distancias mayores.

2.3.2.- Onda de referencia incidiendo en un plano arbitrario.

Dependiendo del tipo de representación escogido se pueden analizar los siguientes métodos:

2.3.2.1.- Método de coordenadas polares.

La expresión para el factor de fase de la onda de referencia es:

$$\vec{k}_r \cdot \vec{r} = k(x \sin \theta \cos \varphi + y \sin \theta \sin \varphi + z_1 \cos \theta) \quad (\text{II.49})$$

(véase figura 26).

De la expresión (II.42), se obtiene una acotación al factor de fase del campo de scattering en la aproximación de Brinkmeyer [50]-[51] dada por la fórmula (II.12):

$$\begin{aligned} \varphi_2 > \sin^{-1} \left\{ \left\{ \cos 2\vec{k}_r \cdot \vec{r} (\sin 2\vec{k}_r \cdot \vec{r} + 0.84) \pm \right. \right. \\ &\pm \left\{ \cos^2 2\vec{k}_r \cdot \vec{r} (\sin 2\vec{k}_r \cdot \vec{r} + 0.84)^2 + \right. \\ &+ 1.08 [1 + \cos (2\vec{k}_r \cdot \vec{r} - 1)] \cdot (0.54 - 2 \cos 2\vec{k}_r \cdot \vec{r}) \}^{1/2} \left. \right\} / \\ &/ 2 [1 + \cos(2\vec{k}_r \cdot \vec{r} - 1)] \end{aligned} \quad (\text{II.50})$$

Y:

$$\begin{aligned} \varphi_2 > \cos^{-1} \left\{ \left\{ \cos 2\vec{k}_r \cdot \vec{r} (\sin 2\vec{k}_r \cdot \vec{r} + 0.54) \pm \right. \right. \\ &\pm \left\{ \cos^2 2\vec{k}_r \cdot \vec{r} (\cos 2\vec{k}_r \cdot \vec{r} + 0.54)^2 - \right. \\ &- 2 [1 + \cos(2\vec{k}_r \cdot \vec{r} - 1)] [\cos 2\vec{k}_r \cdot \vec{r} - (\sin 2\vec{k}_r \cdot \vec{r} + 0.84)^2] \}^{1/2} \left. \right\} / \\ &/ 2 [1 + \cos(2\vec{k}_r \cdot \vec{r} - 1)] \end{aligned} \quad (\text{II.51})$$

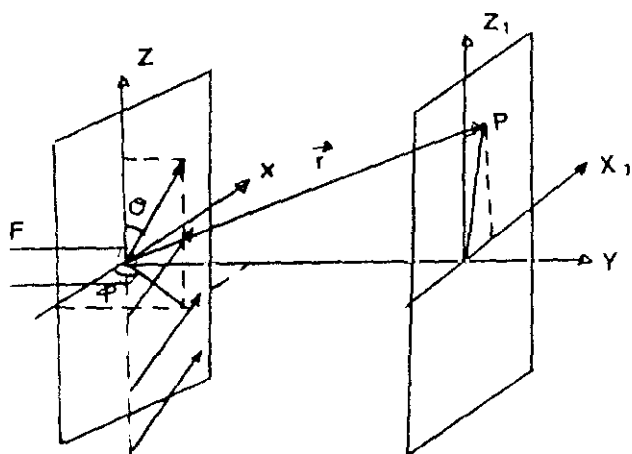


Figura 26. Registro del primer holograma. Referencia incidiendo en un plano cualquiera 3D.

De la desigualdad (II.44) se obtienen acotaciones a los ángulos de incidencia de la onda de referencia y a la variación de los ángulos con respecto a la fase.

De las ecuaciones (II.44) y (II.49), se obtiene:

$$x \sin \theta \cos \phi + y \sin \theta \sin \phi + z_1 \cos \theta < b \quad (\text{II.52})$$

Dado que b es una función de ϕ_2 , $b=b(\phi_2)$ y ϕ_2 , a su vez, es una función de las variables θ y ϕ , $\phi_2=\phi_2(\theta, \phi)$ para derivar b con respecto a ϕ_2 se aplica la regla de la cadena:

$$\frac{d}{d\phi_2} = \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \phi_2} + \frac{\partial}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial \phi_2}$$

Puesto que se trata de buscar una cota a las variaciones de los ángulos θ y ϕ con respecto a la fase ϕ_2 , de forma aproximada se puede mantener una de las variables constantes derivando con respecto a la otra. De esta forma, para un ángulo ϕ dado,

$$\frac{d\theta}{d\phi_2} < \frac{a}{x \cos \theta \cos \phi + y \cos \theta \sin \phi - z_1 \sin \theta} \quad , \quad (\text{II.53})$$

siendo:

$$a = \frac{1}{2k} \frac{\bar{1}}{\sqrt{1-(b\pm)^2}} \frac{db_{\pm}}{d\phi_2} \approx \frac{d\bar{b}}{d\phi_2} \quad (\text{II.54})$$

La ecuación (II.53) representa una cota superior al dominio de variación de θ con respecto a la fase ϕ_2 .

Análogamente, para un ángulo θ dado,

$$\frac{d\phi}{d\phi_2} < \frac{a}{y \sin \theta \cos \phi - x \sin \theta \sin \phi} \quad (\text{II.55})$$

Representa igualmente una cota superior al dominio de variación de ϕ con respecto a la fase ϕ_2 .

En la figura 27 se ha representado gráficamente el dominio de variación de θ con respecto a φ_2 para valores fijos de las coordenadas (x,y) . La cota superior corresponde a la curva inferior negativa. Al ser:

$$\frac{d\theta}{d\varphi_2} < 0 \quad (\text{II.56})$$

θ es por tanto decreciente con φ_2 . (Para $\theta = 1.00$ y $\phi = 0.3$ radianes).

2.3.2.2.- Método de los cosenos directores.

Si suponemos para la incidencia de la onda de referencia una configuración geométrica en términos de los cosenos directores tal y como se muestra en la figura 28, se pueden obtener cotas a (α, β, γ) en forma análoga a (θ, φ) .

La expresión para el vector de onda de la onda de referencia es ahora:

$$\vec{K} = k(\cos \gamma \vec{i} + \cos \alpha \vec{j} + \cos \beta \vec{k}) \quad (\text{II.57})$$

siendo el vector de posición:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \quad (\text{II.58})$$

La expresión para la fase de onda de referencia es entonces:

$$\vec{K}_r \cdot \vec{r} = k(x \cos \gamma + y \cos \alpha + z \cos \beta) \quad (\text{II.59})$$

Se obtienen acotaciones inferiores a α, β y γ , de acuerdo con:

$$\frac{d\gamma}{d\varphi_2} < \frac{a}{x \sin \gamma} \quad (\text{II.60})$$

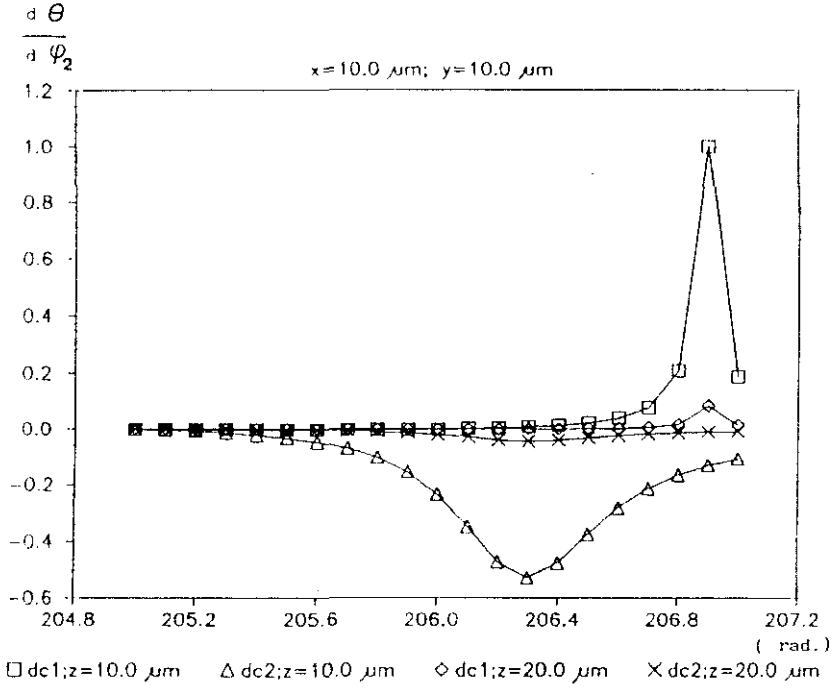


Figura 27. Cotas superiores a $\frac{d\theta}{d\varphi_2}$. Las curvas se han normalizado con respecto al máximo valor obtenido para las mayores distancias.

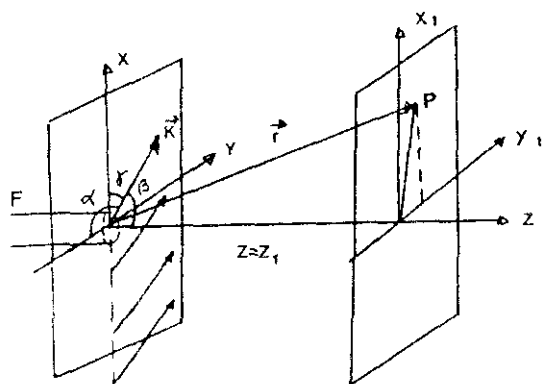


Figura 28. Incidencia de la referencia en un plano cualquiera, en función de los cosenos directores.

donde a viene dada de acuerdo con la ecuación (II.54).
Análogamente:

$$\frac{d\alpha}{d\varphi_2} < \frac{-a}{y \sin \alpha} \quad (\text{II.61})$$

y:

$$\frac{d\beta}{d\varphi_2} < \frac{-a}{z \sin \beta} \quad (\text{II.62})$$

En las figuras 29-31 se muestran los resultados numéricos obtenidos para las ecuaciones (II.60)-(II.62), respectivamente, para valores fijos de x . Se observa que las cotas para γ y α son independientes de la distancia z de localización del plano de registro del primer holograma, siendo sin embargo β dependiente de este parámetro al disminuir con z creciente. De estos comportamientos se deduce que la tolerancia angular del sistema es restrictiva al igual que en el caso en que la onda de referencia incidía en la plano $Y=0$.

2.4.- ESTUDIO DE LA SUPERFICIE $G(X_{21}, X_{22}) = 0$.

Para que la ecuación (II.16) tenga solución real, debe ser de acuerdo con (II.18) y operando: (véase apéndice A):

$$2\vec{K}_r \cdot \vec{r} \geq \varphi_2 \quad (\text{II.63})$$

donde se ha supuesto que la intensidad de la onda de referencia es: $|\vec{R}|^2=1$.

En este caso se observa que la cota es independiente de la fase eikonal del campo de scattering de la primera fibra, por lo que esta solución presenta una restricción menos que la hallada

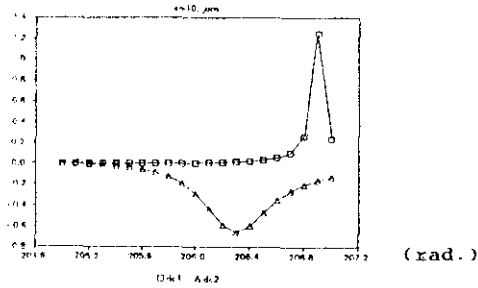


Figura 29. Cotas superiores a $\frac{d\gamma}{d\varphi_2}$. Independiente de z .

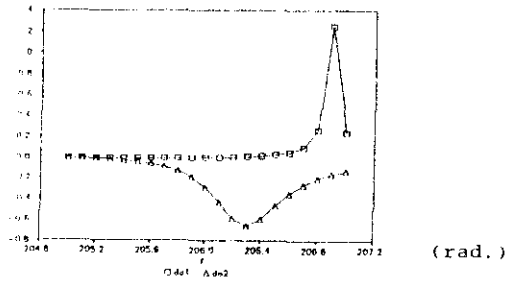


Figura 30. Cotas superiores a $\frac{d\alpha}{d\varphi_2}$. Independiente de z .

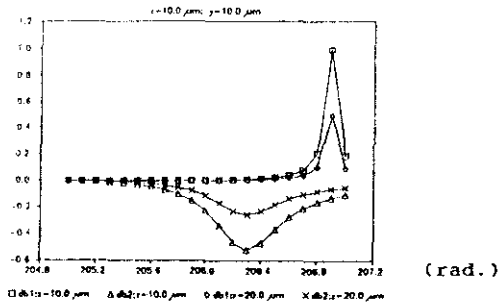


Figura 31. Cotas superiores a $\frac{d\beta}{d\varphi_2}$. Las curvas se han normalizado con respecto al valor máximo obtenido para la mínima distancia.

para $F(x_{21}, x_{22})=0$. O bien, se puede asumir que la condición sobre φ_{e1k1} sólo se impone una vez.

La resolución es análoga a la del estudio de $F(x_{21}, x_{22})=0$, siendo ahora por analogía a la ecuación (II.48):

$$b = \frac{1}{2K} \sin^{-1}(b_1) \quad (\text{II.64})$$

dónde:

$$b_1 = \sin 2 \varphi_2. \quad (\text{II.65})$$

2.4.1.- Incidencia de la onda de referencia en el plano XZ.

Como en el estudio realizado en la sección 2.3.1 se ha representado gráficamente $\frac{d\gamma}{d\varphi_2}$, obteniéndose una sólo cota superior al dominio de variación, con $\gamma = 1$. Al ser una curva negativa representa γ decreciente con φ_2 (véase figura 32). Se ha fijado para x el valor $x = 2\mu\text{m}$ que supone la frontera núcleo-capa externa.

El caso $G(x_{21}, x_{22}) = 0$ sirve como prueba de consistencia dado que está implícito en la resolución de $F(x_{21}, x_{22}) = 0$, obteniéndose conclusiones análogas para la modulación de la fase necesaria para que se de el acoplo de energía en el sistema.

2.4.2.- Incidencia de la onda de referencia en un plano cualquiera.

Aplicando el método de los cosenos directores (II.59), siguen siendo válidas las acotaciones obtenidas en el caso $F(x_{21}, x_{22}) = 0$, con la nueva expresión para b , dada por (II.64). En las figuras 33-35 se pueden observar las cotas superiores obtenidas al dominio de variación de los ángulos con respecto a la fase. Las cotas superiores a $\frac{d\gamma}{d\varphi_2}$ y $\frac{d\alpha}{d\varphi_2}$ son independientes de z ; la cota superior a $\frac{d\beta}{d\varphi_2}$ disminuye con la distancia z entre el plano de la cara de salida de la primera fibra y el plano de registro del primer holograma.

2.4.3.- Discusión de los resultados para $F=0$, $G=0$.

El sistema formado por las ecuaciones (II.15) y (II.16) tiene solución cuando ambas superficies intersectan. Esto da un rango de valores posibles para la fase.

Se ha estudiado el significado físico de la resolución del sistema:

De la curva $F(x_{21}, x_{22}) = 0$ se obtiene una ligadura o restricción a los valores posibles de $\vec{K}_r \cdot \vec{r}$ en función de φ_2 . Esto significa que, para un valor dado de $\vec{K}_r \cdot \vec{r}$ (es decir, de la distancia desde la fibra al holograma y del haz de referencia desde el plano de salida de la fibra hasta el holograma), no todos los valores para los ángulos de incidencia en función de

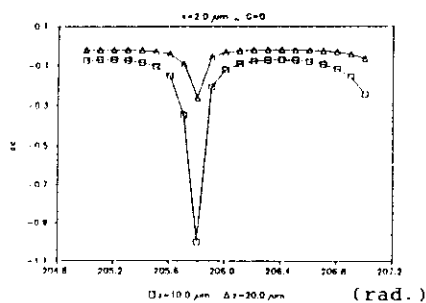


Figura 32. Representación de la cota inferior para $\frac{dy}{d\varphi_2}$. Las curvas se han normalizado para el valor mínimo obtenido para la mayor distancia longitudinal z .

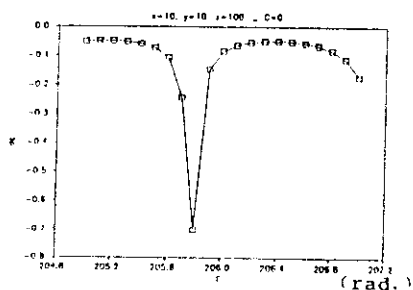


Figura 33. Cota superior a $\frac{dy}{d\varphi_2}$, $x = y = 10 \mu\text{m}$; Independiente de z .

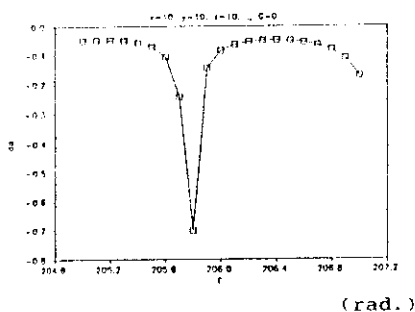


Figura 34. Cota superior a $\frac{d\alpha}{d\varphi_2}$. Independiente de z .

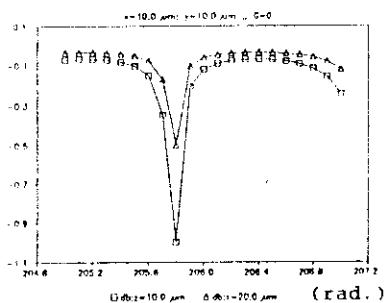


Figura 35. Cota superior a $\frac{d\beta}{d\varphi_2}$. Las curvas se han normalizado para el valor mínimo obtenido en el caso de distancias longitudinales z más pequeñas.

la fase del campo de salida de la segunda fibra sob admisibles. También se obtiene una acotación a la variación del ángulo de incidencia con respecto a la fase: Para distancias más cortas, el dominio de variación es mayor (es mayor la independencia en la elección del ángulo y, por tanto, facilita el acoplo). Se ha analizado el caso tridimensional con dominios de variación análogos para la variable ϕ y dominio de variación más grandes para distancias mayores para la variable θ . En el caso bidimensional, el dominio de variación del ángulo es más grande para distancias mayores, en los casos comparativos. En otro caso se ha obtenido acotación inferior. En el caso tridimensional, disminuyendo la distancia entre la incidencia de la referencia y el origen de la fibra aumenta el acoplo (trivial).

Los resultados obtenidos por el método de los cosenos directores son análogos a los seguidos en el método de coordenadas polares. Este método permite una variación más amplia al dominio de los angulos en el sistema tridimensional. Se ha realizado un estudio en la variación con la distancia desde el plano de salida de la primera fibra hasta el primer holograma. El dominio de variación de γ y α son independientes de esta variable; el dominio de variación de β disminuye con Z : A distancias más cortas el acoplo en función de β es más estable.

2.5.- ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO LINEAL DEL DISPOSITIVO CON DOBLE IMAGEN [69].

En el holoacoplador de doble imagen se hace necesario el estudio del comportamiento lineal del dispositivo, ya que la configuración de dos espejos puede, en principio, generar una respuesta no lineal, si se considera que el sistema trabaja como un resonador óptico. La fuente de reconstrucción no es una fuente de alta potencia debido al pequeño diametro de la fibra y, además, la señal se atenúa al realizar la iluminación lateral. Este fenómeno es debido a la pérdida de radiación que se produce en este tipo de iluminación, como han demostrado que es posible la formación de caústicas mediante iluminación transversal en una guía de ondas, [70]. Las desviaciones del comportamiento lineal pueden ser sin embargo originadas por posibles inestabilidades intrínsecas al dispositivo. Para analizar el comportamiento lineal del sistema se aplica el análisis de Fourier, es decir, el análisis de la solución en el dominio de frecuencias espaciales, con objeto de verificar si se cumple la condición de conservación de la energía en el procesamiento de la señal. Ello implica que toda la energía procesada en el sistema procede únicamente de la señal de entrada, en este caso el campo de scattering producido por la fibra óptica.

Un sistema físico se comporta linealmente cuando cumple las dos propiedades básicas de aditividad (i) y homogeneidad (ii):

simultáneamente es idénticamente igual a la suma de respuestas que cada uno de los estímulos componentes producirían individualmente.

(ii) La acción del sistema sobre una señal proporcional a la señal de entrada es igual a la señal de salida afectada por la misma constante de proporcionalidad. Matemáticamente, el estudio de la linealidad de un sistema se puede llevar a cabo aplicando las propiedades del análisis de Fourier.

En el problema que nos ocupa se trata de comprobar si la respuesta intrínseca del sistema proviene de una aplicación lineal sobre la señal de entrada. Se dispone de la expresión analítica de esta respuesta mediante la condición de acoplo dada por las ecuaciones (II.14)-(II.16) junto con las ecuaciones (II.17)-(II.18). La conservación de la energía se establece a través del teorema de Rayleigh, [71]. La condición previa es que la señal de salida (en este caso la condición de acoplo) sea transformable mediante transformación de Fourier espacial, lo que supone su representación en el espacio de las frecuencias espaciales del sistema. Con objeto de simplificar el desarrollo analítico se ha procedido a un estudio numérico de $F(x_{21}, x_{22})$, $G(x_{21}, x_{22})$ así como sus correspondientes transformadas de Fourier espaciales.

Para asegurar la linealidad del sistema se prueba que la integral del módulo cuadrado de la transformada de Fourier extendida a todas las frecuencias espaciales permanece finita, puesto que de esta manera, se asegura la definición de la transformación y, por tanto, el teorema de conservación de la

transformación y, por tanto, el teorema de conservación de la energía (ya que se puede interpretar como la conservación de la suma de todas las contribuciones del campo).

El teorema de la conservación de la energía que corresponde al teorema de Parseval para series de Fourier fué utilizado por Rayleigh en 1889 en el estudio de la radiación del cuerpo negro. En su tratamiento asumió que las integrales existían. Posteriormente, Carleman [72] en 1944 demostró que el teorema es válido si una de las integrales existe. Este es pues el criterio que hemos utilizado en el presente estudio.

En el estudio numérico se ha obtenido la representación gráfica de las superficies F (ecuación (II.17)) y G (ecuación (II.18)) en función de las coordenadas rectangulares de la sección transversal de la fibra de parámetros (I.53) y (I.54).

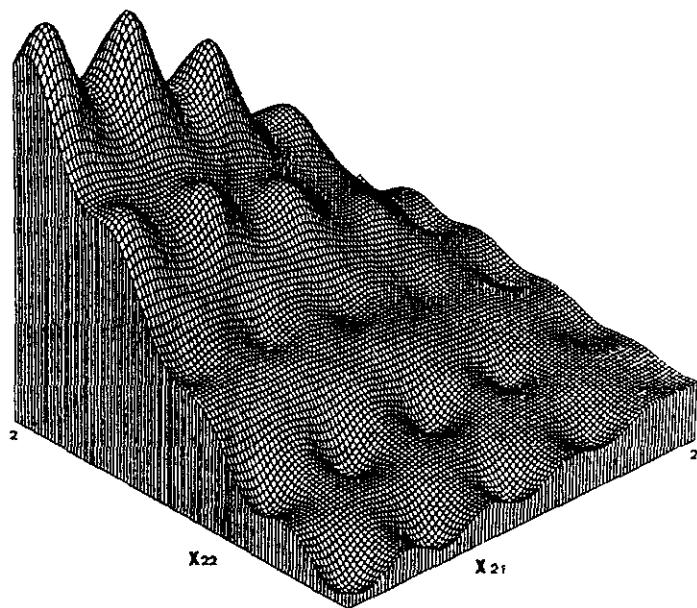
La función $F(x_{21}, x_{22})$ presenta un comportamiento oscilante creciente con x_{22} y x_{21} (figura 36) aunque en esta última dirección la contribución es pequeña.

La condición de acoplo se hace más crítica para puntos próximos a la frontera núcleo capa externa.

La función $G(x_{21}, x_{22})$ presenta un comportamiento oscilante creciente con x_{22} y oscilante periódico con x_{21} , en el núcleo, (figura 37). De nuevo aquí se observa la baja contribución de la distribución en dirección x_{21} .

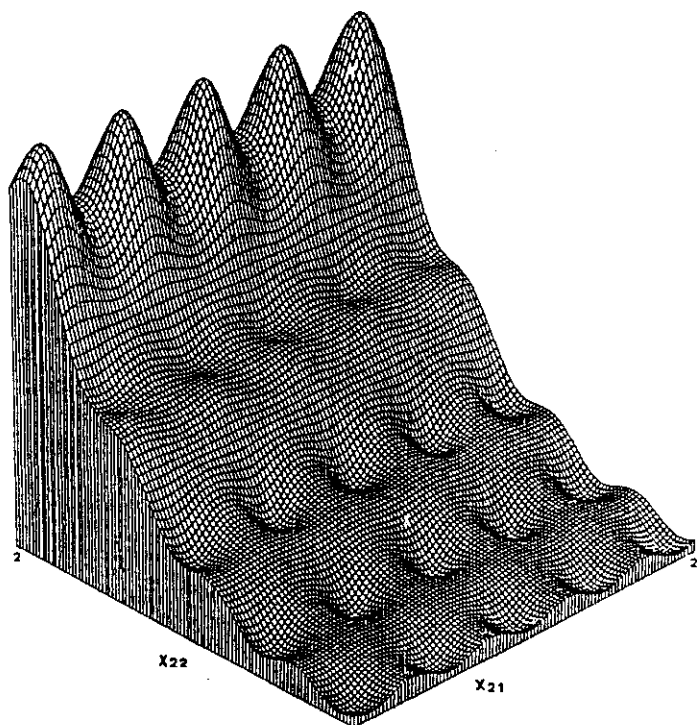
La ecuación de acoplo (II.14) se puede escribir como:

$$\mathcal{F}(x_{21}, x_{22}) = 0 \quad (\text{II.65})$$



$$F_{,,}R_1 \geq |x_2| \geq 0$$

Figura 36. Representación gráfica de $F(x_{21}, x_{22})$ para el núcleo de una fibra parabólica.



$$G, R_1 > |x_2| > 0$$

Figura 37. Representación gráfica de $G(x_{21}, x_{22})$ para el núcleo de una fibra parabólica.

Función compleja cuya parte real es:

$$\operatorname{Re} \{ \mathcal{F}(x_{21}, x_{22}) \} = F(x_{21}, x_{22}) \quad (\text{II.66})$$

y la parte imaginaria:

$$\operatorname{Im} \{ \mathcal{F}(x_{21}, x_{22}) \} = G(x_{21}, x_{22}) \quad (\text{II.67})$$

La función $\mathcal{F}(x_{21}, x_{22})$ cumple las propiedades:

- 1.- Es una función continua definida en todo el espacio de los números complejos.
- 2.- Es integrable Lebesgue, es decir,

$$|\mathcal{F}(x_{21}, x_{22})|^2 = |F(x_{21}, x_{22})|^2 + |G(x_{21}, x_{22})|^2 \quad (\text{II.68})$$

es función continua definida en todo el espacio de los números reales y:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\mathcal{F}(x_{21}, x_{22})|^2 dx_{21} dx_{22} < +\infty \quad (\text{II.69})$$

Admitiendo la aproximación eikonal para la fase del campo de scattering producido por la fibra de perfil parabólico, dada por las expresiones (I.41)-(I.43), la continuidad de la función \mathcal{F} y de su módulo queda garantizada.

En la figura 38 está representado $|\mathcal{F}(x_{21}, x_{22})|^2$ para el núcleo, la función es simétrica con respecto al eje $x_{22} = 0$, presentando un máximo central bien definido y dos máximos secundarios de menor volumen.

Se ha integrado numéricamente $|\mathcal{F}(x_{21}, x_{22})|^2$ en el núcleo de la fibra, obteniéndose, como se esperaba un valor finito:

$$\int_0^{R_1} \int_0^{R_1} dx_{21} dx_{22} [F^2(x_{21}, x_{22}) + G^2(x_{21}, x_{22})] \approx 6.351 \quad (\text{II.70})$$

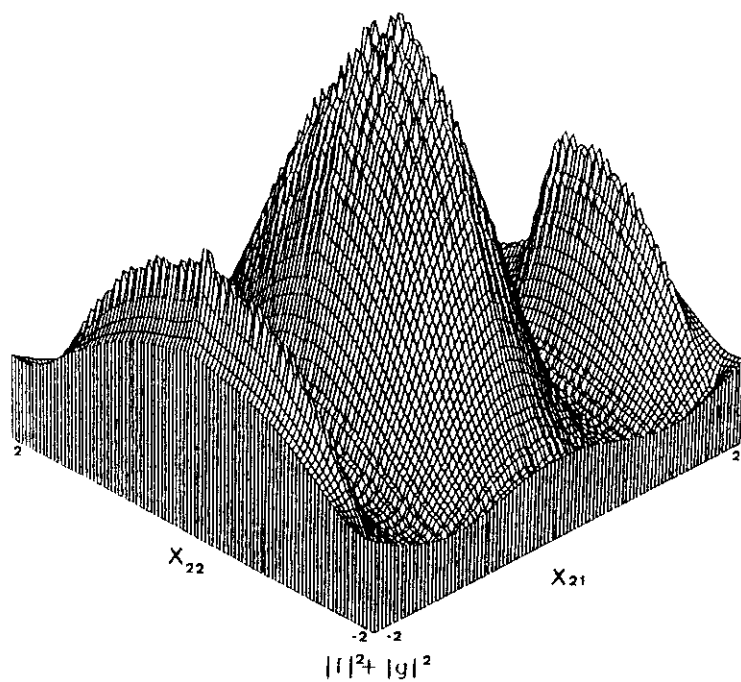


Figura 38. Módulo cuadrado de la función $|f(x_{21}, x_{22})|^2$ en el núcleo de la fibra.

De la expresión para la fase eikonal del campo de scattering se deduce que el valor para la integral en la capa externa es también finito.

Según la teoría de Operadores Lineales en Espacios de Hilbert (Abellanas y Galindo) se puede definir [73]:

$$\begin{aligned} \text{T.F. } [\mathcal{F}(x_{21}, x_{22})] = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} e^{2\pi i x_{21} f_x} dx_{21} \int_{-\infty}^{\infty} e^{2\pi i x_{22} f_y} dx_{22} \mathcal{F}(x_{21}, x_{22}) \end{aligned} \quad (\text{II.71})$$

Siendo f_x y f_y frecuencias espaciales, como una aplicación en el espacio $L^2(\mathbb{R} \times \mathbb{R})$, de manera que se cumple el teorema de conservación de la norma (caso particular del teorema de Parseval para el producto escalar de una función por si misma):

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} df_x \int_{-\infty}^{\infty} df_y | \text{T.F. } [\mathcal{F}(x_{21}, x_{22})] |^2 = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} dx_{21} \int_{-\infty}^{\infty} dx_{22} | \mathcal{F}(x_{21}, x_{22}) |^2 \end{aligned} \quad (\text{II.72})$$

Se ha calculado numéricamente el espectro en frecuencias espaciales de $\mathcal{F}(x_{21}, x_{22})$ y se ha representado gráficamente su módulo y fase, obteniéndose funciones continuas oscilantes con las frecuencias espaciales f_x, f_y .

Para asegurar la continuidad del integrando se ha calculado y representado gráficamente $| \text{T.F. } [F] |^2$ y $| \text{T.F. } [G] |^2$, obteniéndose funciones oscilantes simétricas con respecto al eje $f_y = 0$ (en el caso f_y variable), $f_x = 0$ (en el caso f_x variable) que decrecen muy lentamente. Siendo $| \text{T.F. } [G] |^2 > | \text{T.F. } [F] |^2$ y la contribución relativa en ambos casos de $| \text{T.F. } [F] |^2 = f(f_x)$,

$|T.F.[G]|^2 = f(f_y)$ pequeña pero distinta de cero (véanse figuras 39 y 40).

En las figuras 41 y 42 se puede observar el módulo y la fase de la transformada de Fourier de $F+iG$ en función de la frecuencia espacial f_y . En las figuras 43-44 se representa el módulo y la fase de la misma función compleja en función de la frecuencia espacial f_x , obteniendo un comportamiento no singular. En la figura 45 se ha representado el módulo de la transformación de Fourier de $F+iG$ en función de las dos frecuencias espaciales en un entorno de ± 1 ; se observa que el comportamiento oscilante es mucho más rápido con f_x . En la figura 46 se ha representado la fase de la transformación de Fourier de $F+iG$, obteniendo un comportamiento oscilante en ambas frecuencias.

2.5.1.- Discusión de los resultados del análisis de Fourier

Del análisis realizado de la señal de acoplo y su espectro se deduce que el sistema se comporta linealmente y la reconstrucción con la suma de las dos imágenes para el segundo holograma no da lugar a pérdidas energéticas: Se obtiene una doble solución para la condición de acoplo que, al igual que en el dispositivo reconstruido con la imagen real, presenta un comportamiento crítico que podría controlarse con el alineamiento experimental.

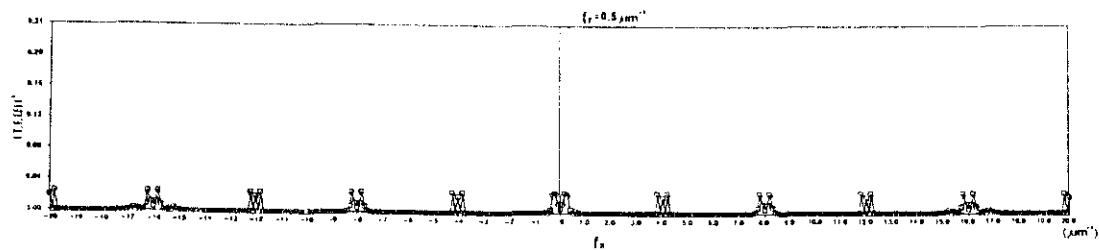
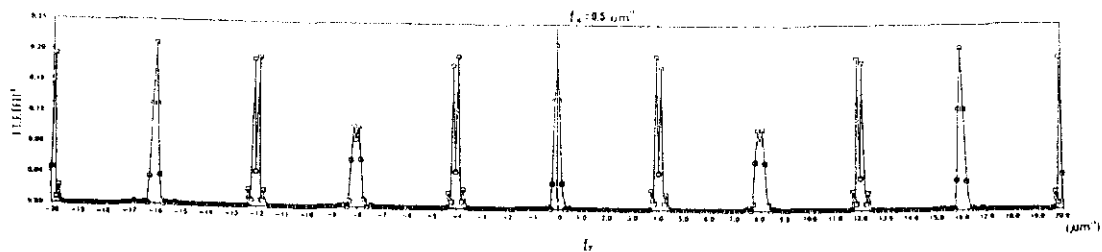


Figura 39. a) $|T.F. (F)|^2 = f(f_x), -20\mu\text{m}^{-1} \leq f_x \leq 20\mu\text{m}^{-1}, f_y = 0.5\mu\text{m}^{-1}$

b) $|T.F. (F)|^2 = f(f_y), -20\mu\text{m}^{-1} \leq f_y \leq 20\mu\text{m}^{-1}, f_x = 0.5\mu\text{m}^{-1}$

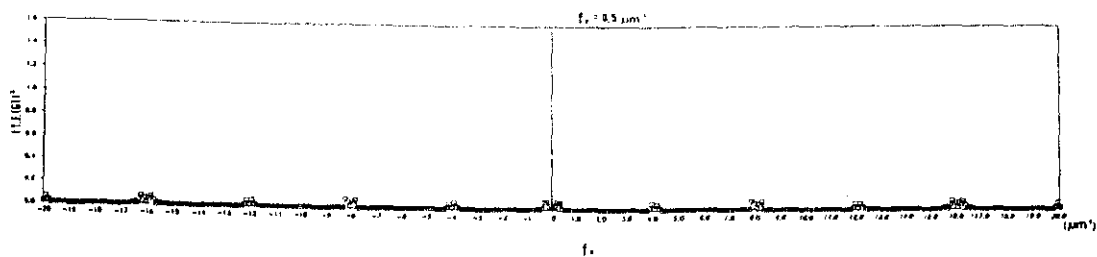
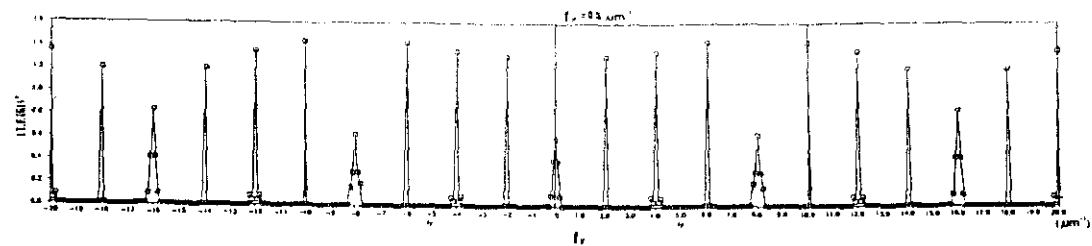


Figura 40. a) $|T.F. (G)|^2 = f(f_x), , -20\mu m^{-1} \leq f_x \leq 20\mu m^{-1}, f_y = 0.5\mu m^{-1}$

b) $|T.F. (G)|^2 = f(f_y), , -20\mu m^{-1} \leq f_y \leq 20\mu m^{-1}, f_x = 0.5\mu m^{-1}$

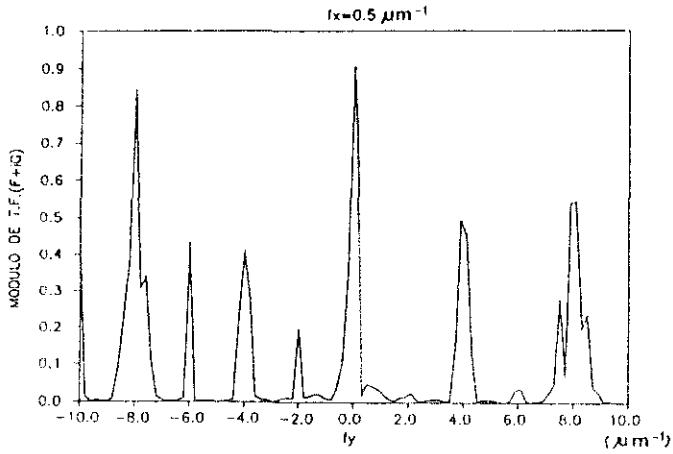


Figura 41. $|T.F. [F+iG]| = f(f_y)$, , $f_x = 0.5 \mu m^{-1}$

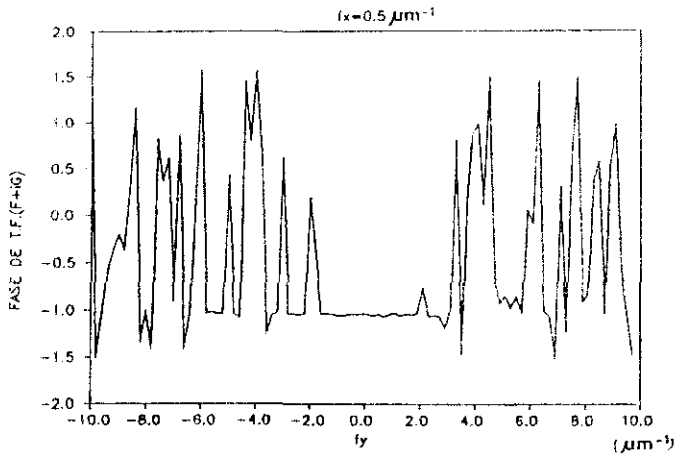


Figura 42. Fase de T.F. $[F+iG] = f(f_y)$, , $f_x = 0.5 \mu m^{-1}$

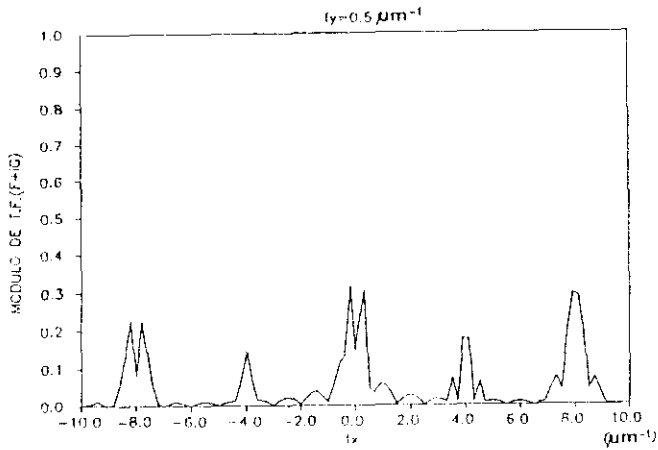


Figura 43. $|T.F. [F+iG]| = f(f_x)$, , $f_y = 0.5 \mu m^{-1}$

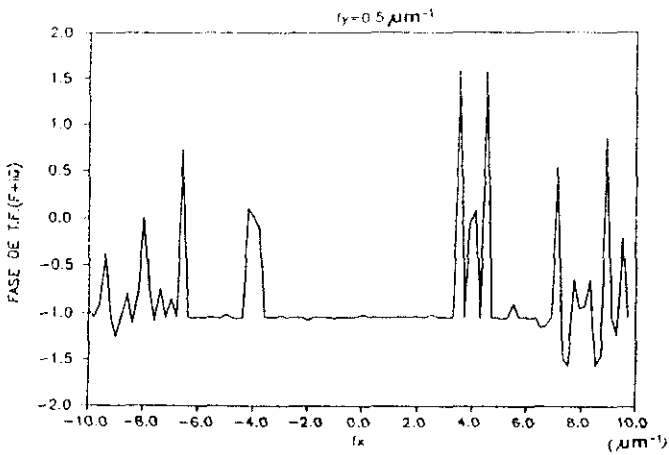


Figura 44. Fase de T.F. $[F+iG] = f(f_x)$, , $f_y = 0.5 \mu m^{-1}$

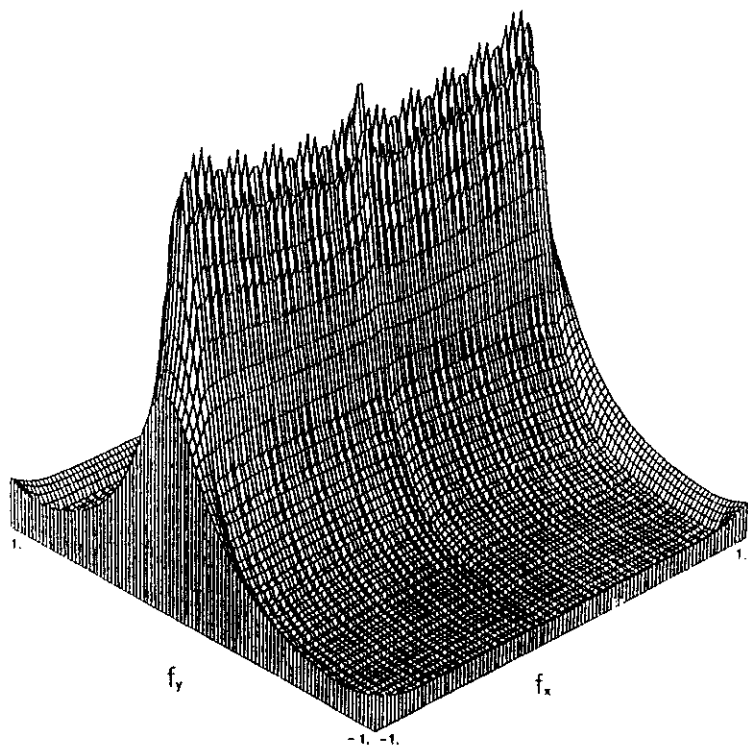


Figura 45. $|T.F. [F+iG]| = f(f_x, f_y)$, , $-1 \leq f_x, f_y \leq 1$ (μm^{-1})

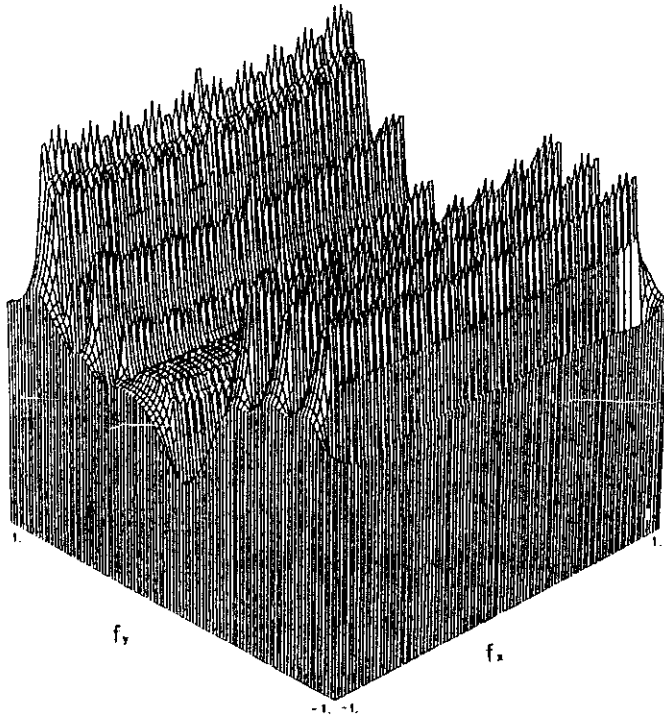


Figura 46. Fase de $T.F.[F+iG] = f(f_x, f_y)$, , $-1 \leq f_x, f_y \leq 1 (\mu m^{-1})$

La descripción del confinamiento de luz, en una fibra óptica por medio de un dispositivo holoacoplador se expresa a través de una ecuación de acoplo (que es una condición de normalización cuyo comportamiento numérico permite discriminar entre holoacoplador de una sola imagen o doble imagen). La aplicación directa de la transformación de Fourier a la ecuación de acoplo confirma la linealidad del sistema. Por tanto, todas las posibles pérdidas de energía, con la consiguiente disminución en la eficiencia del holoacoplador, serán producidas por efectos de desalineamiento del sistema o por las propiedades de absorción del material. Es claro que debido a las pequeñas dimensiones de la configuración las tolerancias angulares son bajas. Es sin embargo necesario considerar las posibles pérdidas en la eficiencia de difracción derivadas de los métodos experimentales de la holografía. Siendo necesario discutir el tipo de material de registro utilizado. Calvo, Cheben y Ulibarrena han obtenido valores experimentales de la eficiencia de un 37% con gelatinas dicromatadas, [74].

CAPITULO III

ACOPLADOR HOLOGRAFICO DE TRANSMISION PARA LENTE GRIN

3.- INTRODUCCION.

En el capítulo 1 y el capítulo 2 se ha desarrollado un modelo para analizar el acoplo entre fibras con perfil de índice de refracción parabólico, que depende exclusivamente de la coordenada radial de la sección de la fibra. En el presente capítulo se extiende el estudio a materiales cuya permitividad depende también de la variable longitudinal z , además de la dependencia parabólica con el radio generalizando pues es $\epsilon = \epsilon(x,y,z)$. Este tipo de material con índice de refracción estratificado, se utiliza para la construcción de las llamadas lentes GRIN, o lentes con gradiente de índice. Las lentes de GRIN se utilizan desde hace dos décadas como elementos ópticos en sistemas de fibra óptica multimodo para construir conectores, conmutadores, acopladores direccionales y multiplexores entre otros dispositivos. Recientemente también se han introducido como elementos focalizadores para reducir la divergencia y distorsión de la señal en diodos laser emitiendo en el visible. Es importante el estudio de su comportamiento como elementos conectores. La eficiencia de acoplo en un dispositivo conector de fibras ópticas mediante lente GRIN se resume en un problema de conversión de modos. Así, Constantinou et al. [75], definen

un coeficiente de acoplo en amplitud como el porcentaje de energía de un modo de orden m de la fibra de salida contenido en el modo de orden n de la fibra de entrada, después de haberse propagado en la lente GRIN. Haciendo una transcripción al lenguaje mecano-cuántico se describiría como la amplitud de transición entre dos estados cuánticos. En el dispositivo holoacoplador la eficiencia total se regula a través de la eficiencia de difracción de la red holográfica, que afecta a la eficiencia intrínseca de difracción de la lente GRIN. Para un modo de propagación dado, (tratamiento escalar) la eficiencia intrínseca es máxima. J.C. Palais [15], en 1980, analizó las pérdidas que se producen al acoplar dos fibras ópticas mediante dos lentes GRIN. Considerando un sencillo modelo geométrico, fundamentalmente hay pérdidas originadas por errores laterales y angulares en el alineamiento y por el espaciado entre las dos lentes GRIN. El dispositivo se puede mejorar cuando la fibra y lente receptores tienen mayor A.N. que la fibra y señal emisora, pero ésto da lugar a inestabilidad en el proceso y la imposibilidad de utilizarlo en doble dirección.

Algunos de estos problemas podrían evitarse mediante la utilización del método holográfico de acoplo, que, como se ha estudiado en fibras, es un proceso simétrico (doble direccional). La extensión del modelo de holoacoplador de doble imagen a materiales estratificados con envolvente es factible, como se comprueba en el modelo matemático propuesto, [76], y muestra, por tanto, la viabilidad de realizar un acoplador holográfico para dos lentes GRIN (materiales estratificados sin

envolvente) y, de manera más simple, el holoacoplador entre lentes GRIN para una sola imagen.

En este capítulo se analiza primero el material de la lente GRIN, designando una expresión para el perfil de fase de la señal distorsionada por la lente, para iluminación lateral, suponiendo la aproximación eikonal en el sentido de Glauber [19], para el campo de scattering por la lente. Se realiza la extensión del holoacoplador simple para incidencia de onda plana monocromática a lente GRIN, estudiando el fenómeno básico de acoplo holográfico, que puede ser ampliado en conexiones entre lentes con distinta señal de incidencia, como puede ser la señal de una fibra o la emergente de un laser de semiconductor cuyos frentes de ondas presentan geometría espacial más compleja, [77].

3.1.- PERMITIVIDAD DIELECTRICA DE UN MEDIO GRIN ESTRATIFICADO.

Siguiendo los resultados obtenidos por Gomez-Reino et al. para lentes GRIN con geometría de revolución, [78], la permitividad dieléctrica de un medio GRIN con geometría cilíndrica limitada por caras plano paralelas y longitud finita se define en la forma:

$$\epsilon(\rho, z) = \epsilon_0 [1 - g^2(z) \rho^2] \quad , \quad \rho < R \quad (\text{III.1})$$

siendo R el radio del cilindro y ρ la variable radial de la sección transversal del mismo:

$$\rho = (x^2 + y^2)^{1/2} \quad (\text{III.2})$$

donde x es la coordenada cartesiana vertical de la sección transversal del cilindro, e y la coordenada cartesiana horizontal de la sección transversal del mismo. En la definición (III.1) la función $g(z)$ se denomina función de estratificación y es la que describe el comportamiento de la permitividad en función de la variable longitudinal z . Es una función generadora de la estratificación del medio, en el sentido de que está definida para una sección de cilindro de longitud L , denominada estrato, y mediante una traslación de ejes se define el perfil de la permitividad para toda la lente GRIN en forma simétrica. Se denominan superficies equi-índice a las generadas por la función de estratificación en la dirección de z , para diferentes trayectorias de la propagación de la onda a lo largo del eje de propagación z , y pueden tener varias formas, según Gómez-Reino y Liñares [78] y Bertilone et al. [79]-[80]:

$$g = g_0 \quad (\text{III.3})$$

En este caso la función generadora es independiente de la variable longitudinal z , es una constante, y el material se denomina medio GRIN no estratificado. En este caso las superficies equi-índice son cilindros.

Si sustituimos la ecuación (III.3) en la ecuación (III.1) la permitividad toma la forma de una función parabólica con dependencia radial. Si se formula:

$$g(z) = g_0 / [1 - (z/L)] \quad (\text{III.4})$$

En este caso las superficies equi-indice son conos, siendo L la longitud del estrato.

Cuando:

$$g(z) = g_0 / [1 - (z/L)^2] \quad (\text{III.5})$$

las superficies equi-indice generadas son paraboloides, al igual que con:

$$g(z) = g_0 / [1 + (z/L)^2] \quad (\text{III.6})$$

y:

$$g(z) = 1 / \rho(z) \quad , , \quad (\text{III.7})$$

donde:

$$\rho(z) = \rho_0 [1 + (z/L)^2] \quad (\text{III.8})$$

Las funciones de estratificación dadas por (III.4)-(III.7) tienden al comportamiento constante dado por (III.3), cuando en el límite $z \rightarrow 0$ la función de estratificación (III.4) presenta un comportamiento lineal con la variable z ; las funciones (III.5)-(III.7) presentan un comportamiento parabólico con z . La definición de la función de estratificación se puede extender a una forma exponencial [76], dada por la forma de la función

(III.7) con:

$$\rho(z) = \rho_0 \exp(z/L) \quad (\text{III.9})$$

Constatinou e Iones [75] han introducido también funciones de estratificación: $g(z) = 2/z^2 \text{tg}^2 \beta$ que generan estratos lineales: $x = \pm z \text{tg} \beta$. En este caso el parámetro que rige el comportamiento de la lente es el ángulo β entre las coordenadas x del plano transversal y z , dirección axial.

En la figura 47 se ha representado gráficamente la permitividad para un estrato de un medio GRIN, para la función de estratificación parabólica dada por (III.5) y (III.6), y exponencial dada por (III.7) y (III.9) en función de la variable longitudinal z ; para $\rho_0 = 2.5$ y $L = 1$ se observa que ambas curvas difieren muy poco, tendiendo a un límite constante para grandes valores de z .

En la figura 48 se ha representado gráficamente la permitividad dieléctrica de un medio GRIN formado por cuatro estratos, realizando una extensión con las funciones generadoras dadas por (III.7) y (III.8), y (III.7) y (III.9), para $\rho_0 = 15.0$ y $L = 1$, en función de la variable longitudinal z , observando un comportamiento simétrico, con lo que es posible reproducir la distribución para grandes valores de z .

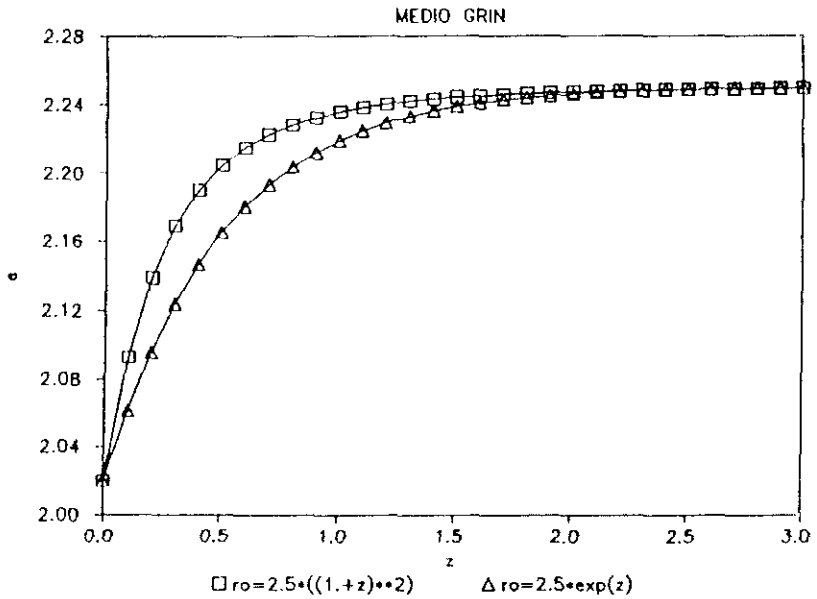


Figura 47. Permitividad dieléctrica para un medio GRIN con un sólo estrato. Diferencia entre la función de estratificación parabólica y la exponencial.

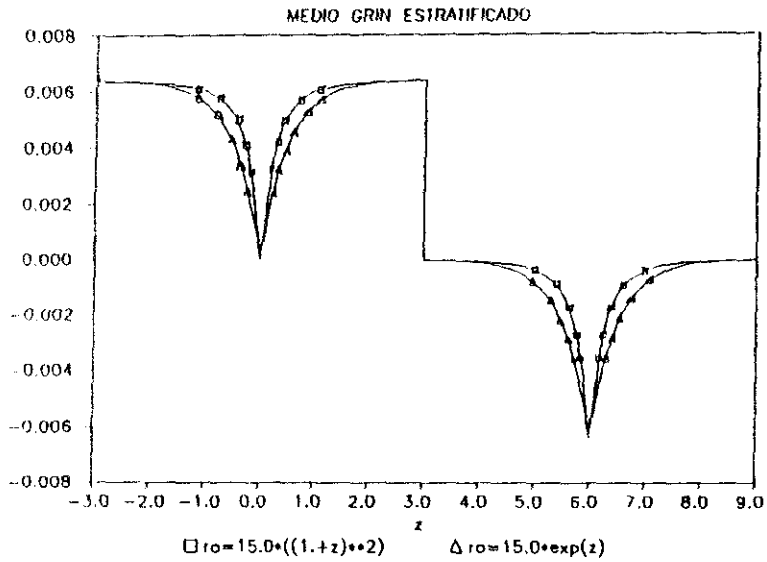


Figura 48. Permitividad dieléctrica de un medio GRIN formado por cuatro estratos.

3.2.- SCATTERING DE UNA ONDA PLANA MONOCROMATICA POR MEDIO GRIN PARA INCIDENCIA LATERAL EN APROXIMACION EIKONAL

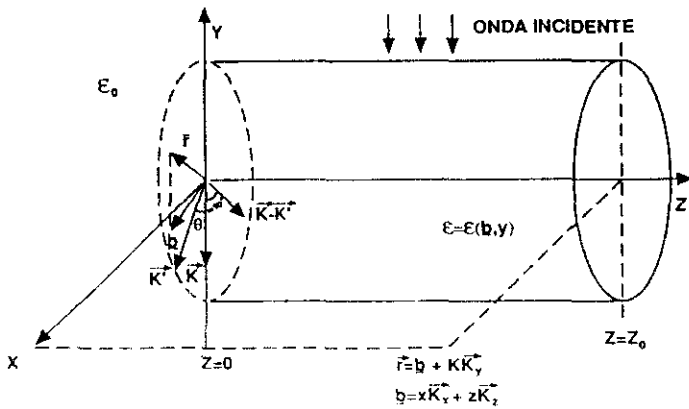
Cuando incide una onda TM dada por la ecuación (I.28) perpendicularmente al eje longitudinal de un cilindro de material dieléctrico, cuya permitividad, no sólo depende de la variable radial de la sección transversal de la fibra, sino que también depende de la variable longitudinal z , el medio produce un campo de scattering cuyo propagador depende de las tres direcciones del espacio. Admitiendo que la observación se realiza a una distancia suficientemente grande del plano de salida de la lente, es aplicable la ecuación de campo lejano dada por Alvarez-Estrada et al. (I.37), donde ahora utilizando la aproximación de Glauber [57] la amplitud de la onda de scattering está dada por [19]:

$$T(\vec{k}', \vec{k}) = \frac{k}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dy \, d^2b \, e^{i(\vec{k}-\vec{k}') \cdot (\vec{b} + \vec{k}_y y)} [e^{i\phi(b)} - 1] \quad (\text{III.10})$$

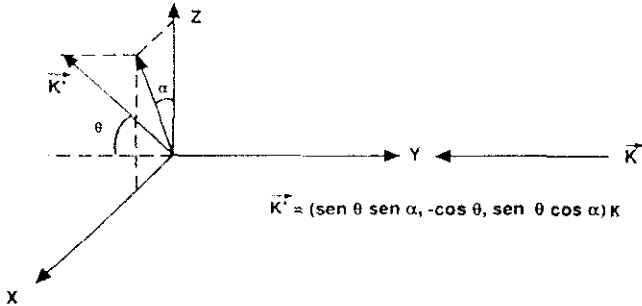
Para pequeños ángulos de scattering el vector $\vec{k}-\vec{k}'$ es practicamente perpendicular a \vec{k} , (véase Fig. 49). Así, el error de aproximar en la ecuación (III.10) el término exponencial:

$$e^{i(\vec{k}-\vec{k}') \cdot \vec{k}_y y} \approx 1 \quad (\text{III.11})$$

aproximadamente igual a la unidad es del orden de:



(a)



(b)

Figura 49.- Descripción del proceso de scattering:

- (a) El ángulo de scattering es: $\theta = (\vec{k}', \vec{k})$. De acuerdo con la aproximación de Glauber: $(\vec{k} - \vec{k}') \cdot \vec{k} \approx 0$. El vector $\vec{b} = (x, z)$ está definido en el plano de impacto xz.
- (b) Definición de las componentes de \vec{k}' en términos del ángulo de scattering θ y el ángulo azimutal α formado por la proyección de \vec{k}' en el plano xz y el eje z (longitudinal).

$$(1 - \cos \theta) KR_1 \approx \theta^2 KR_1 \quad (\text{III.12})$$

con R_1 el radio de la lente.

De acuerdo con la ecuación (III.11) la ecuación (III.10) es:

$$T(\vec{k}', \vec{k}) = \frac{k}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} d\vec{b} e^{i(\vec{k} - \vec{k}') \cdot \vec{b}} [e^{i\varphi(\vec{b})} - 1] \quad (\text{III.13})$$

siendo \vec{k} el vector de onda de la radiación incidente, \vec{k}' el vector de onda de la radiación de scattering, x la variable vertical de la sección transversal de la fibra, z la variable longitudinal del cilindro y \vec{b} un vector bidimensional cuyo módulo tiene la interpretación de un parámetro de impacto, como se representa en la figura 49a: llamando θ al ángulo de scattering y suponiendo que la onda incidente lleva la dirección del eje y . El vector de posición:

$$\vec{r} = \vec{b} + y\vec{j} \quad (\text{III.14})$$

se descompone, de forma que:

$$\vec{b} = x\vec{i} + z\vec{k}_z \quad (\text{III.15})$$

Siendo:

$$\vec{k} = -k\vec{j} \quad (\text{III.16})$$

y de acuerdo con la Figura 49b:

$$\vec{k}' = k(\sin\theta \sin\alpha, -\cos\theta, \sin\theta \cos\alpha) \quad (\text{III.17})$$

con

$$\theta = (\vec{k}', \vec{k})$$

el ángulo de scattering y α el ángulo azimutal que forma la proyección de \vec{k}' sobre el plano xz y el eje z.

Bajo estas condiciones el producto $(\vec{k} - \vec{k}') \cdot \underline{b}$ toma la forma

$$(\vec{k} - \vec{k}') \cdot \underline{b} = kx \sin\theta \sin\alpha + kz \sin\theta \cos\alpha \quad (\text{III.18})$$

que debe ser sustituido en el término de fase de la ecuación (III.13).

Por otra parte la fase de la onda de scattering en aproximación eikonal, en el sentido de Glauber [57] es:

$$\varphi(\underline{b}) = \varphi_{eik}(\underline{b}) = \frac{k}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} dy \left[\frac{\varepsilon(\underline{b} + \vec{k}_y y')}{\varepsilon_0} - 1 \right] \quad (\text{III.19})$$

siendo la región de validez de la aproximación la misma estudiada en la sección 1.1.7 y \vec{k}_y un vector unitario en la dirección de y, y ε_0 la permitividad del medio que rodea la lente GRIN.

Para un medio GRIN estratificado con simetría cilíndrica cuya permitividad está dada por la ecuación (III.1), la fase de la onda de scattering en aproximación eikonal toma la forma:

$$\begin{aligned}
 \varphi_{\text{eik}}(x, z) &= \frac{k}{2} \int_{-\sqrt{R_1^2 - x^2}}^{\sqrt{R_1^2 - x^2}} dy' [-g^2(z)] (x^2 + y'^2) = \\
 &= -kg^2(z) \sqrt{R_1^2 - x^2} \frac{(2x^2 + R_1^2)}{3} \quad (\text{III.20})
 \end{aligned}$$

En las figuras 50-54 se ha representado gráficamente el perfil de la fase en aproximación eikonal para varias funciones de estratificación, en función de las dos variables x, z . En la figura 50 se observa el comportamiento constante con z dada por la función (III.3) para un medio GRIN no estratificado. En las figuras 51-54 se observa en todas un comportamiento decreciente suave con z para las funciones de estratificación dadas por las ecuaciones (III.4)-(III.7).

Sustituyendo la expresión de la fase (III.20) en la ecuación (III.13), la amplitud de la onda de scattering para campo lejano en aproximación eikonal, se puede expresar en la forma dada por la ecuación (I.55), siendo ahora la parte real de la amplitud:

$$\begin{aligned}
 \text{Re}[T_{\text{eik}}(\vec{R}', \vec{R})] &= \frac{k}{2\pi} \int_{-R_1}^{+R_1} dx \int_0^L dz \cdot \left\{ \cos(\vec{R} - \vec{R}') \underline{z} \sin \varphi_{\text{eik}}(x, z) + \right. \\
 &\quad \left. + \sin(\vec{R} - \vec{R}') \underline{z} \left\{ \cos[\varphi_{\text{eik}}(x, z)] - 1 \right\} \right\} \quad (\text{III.21})
 \end{aligned}$$

Y la parte imaginaria de la amplitud eikonal:

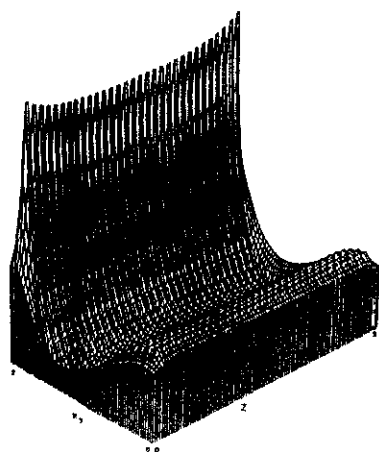


Figura 50. Perfil de la fase de la onda de scattering producido por una lente GRIN en aproximación eikonal, para un medio GRIN no estratificado.

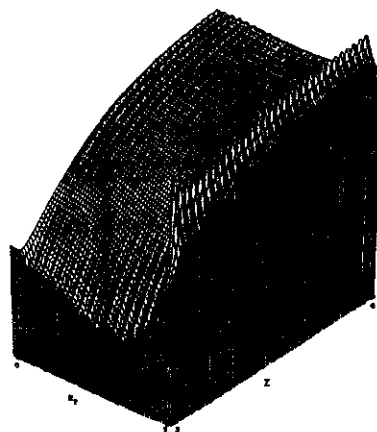


Figura 51. Perfil de la fase de la onda de scattering producido por una lente GRIN, en aproximación eikonal, para la función de estratificación cónica $g(z) = g_0 / (1 - (z/L))$.

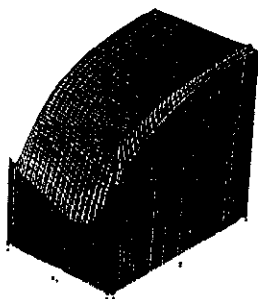


Figura 52. Perfil de la fase de la onda de scattering producido por una lente GRIN en aproximación eikonal, para la función de estratificación parabólica $g(z)=g_0/[1-(z/L)]^2$.

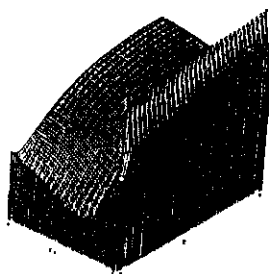


Figura 53. Perfil de la fase de la onda de scattering producido por una lente GRIN en aproximación eikonal, para la función de estratificación parabólica $g(z)=g_0/[1-(z/L)]^2$

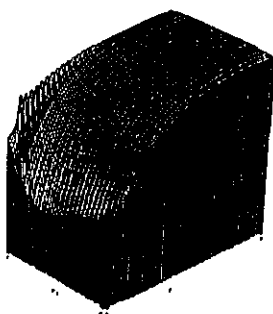


Figura 54. Perfil de la fase de la onda de scattering producido por una lente GRIN en aproximación eikonal, para la función de estratificación exponencial $g(z)=1/\rho \cdot \exp(z/L)$

$$\text{Im}[T_{eik}(\vec{k}', \vec{k})] = \frac{k}{2\pi} \int_{-R_1}^{+R_1} dx \int_0^L dz \cdot$$

$$\cdot \left\{ -\cos(\vec{k}-\vec{k}') \cdot [\cos \varphi_{eik}(x, z) - 1] + \sin(\vec{k}-\vec{k}') \cdot \sin \varphi_{eik}(x, z) \right\}$$

(III.22)

Las integrales (III.21) y (III.22) se han calculado numéricamente. Se obtiene la solución para la parte real y la parte imaginaria de la amplitud de scattering en aproximación eikonal para un solo estrato, $L=1$, considerando la lente GRIN como centro de scattering. Para disminuir el tiempo de ordenador en lo posible, en los cálculos se ha tomado la función de estratificación (III.4).

En la tabla III.1 se observa que el teorema óptico se cumple, aproximadamente, para $\theta = 0$ (scattering hacia delante).

TABLA III.1

θ (rad.)	α (rad.)	$\text{Re}[T_{eik}(\vec{k}', \vec{k})]$	$\text{Im}[T_{eik}(\vec{k}', \vec{k})]$
.000	.000	.128	11.996
.000	.157	.128	11.996
.000	.314	.128	11.996
.000	.471	.128	11.996
.000	.628	.128	11.996
.000	.785	.128	11.996
.000	.942	.128	11.996
.000	1.100	.128	11.996
.000	1.257	.128	11.996
.000	1.414	.128	11.996
.000	1.571	.128	11.996
.000	1.728	.128	11.996
.000	1.885	.128	11.996
.000	2.042	.128	11.996
.000	2.199	.128	11.996
.000	2.356	.128	11.996
.000	2.513	.128	11.996
.000	2.670	.128	11.996
.000	2.827	.128	11.996
.000	2.984	.128	11.996
.000	3.142	.128	11.996

En las figuras 55 y 56 se ha representado gráficamente la parte real y la parte imaginaria de la amplitud de scattering en aproximación eikonal, respectivamente, en función del ángulo de scattering θ y del ángulo azimutal α . La dependencia en θ , hasta el ángulo máximo que permite la aproximación, presenta un comportamiento creciente, aproximadamente parabólico. La dependencia en α , presenta un comportamiento oscilante, para la parte imaginaria y un comportamiento más lento para la parte real (alcanzando un sólo máximo), como se observa en la figura 57. Es interesante destacar que en este tipo de medios, contiene más información la dependencia de la amplitud de scattering en el ángulo azimutal, que describe la influencia de la geometría del estrato.

3.3.- ACOPLADOR HOLOGRAFICO DE TRANSMISION PARA LENTE GRIN COMPUESTO.

Como hemos comentado en la sección 3 es posible diseñar un acoplador holográfico para conectar dos lentes GRIN, realizando una extensión del holoacoplador entre dos fibras a medios con dependencia de la permitividad en las tres direcciones del espacio. El dispositivo está compuesto por dos hologramas; el primer holograma se registra con la señal de scattering de la primera lente como onda objeto y la primera onda de referencia, que vamos a asumir en este caso como onda plana monocromática. El segundo holograma se registra con la señal de scattering de la segunda lente como onda objeto y la onda conjugada de la

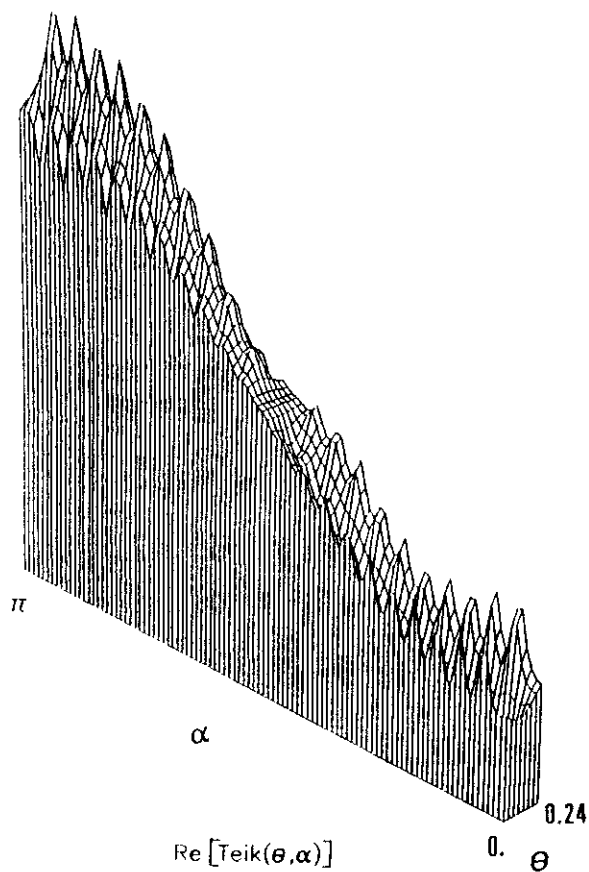


Figura 55.- Parte real de la amplitud de scattering para una lente GRIN, $\text{Re}(T) = f(\theta, \alpha)$, $\theta: 0 \rightarrow 0.24$ rad, $\alpha: 0 \rightarrow \pi$ rad.

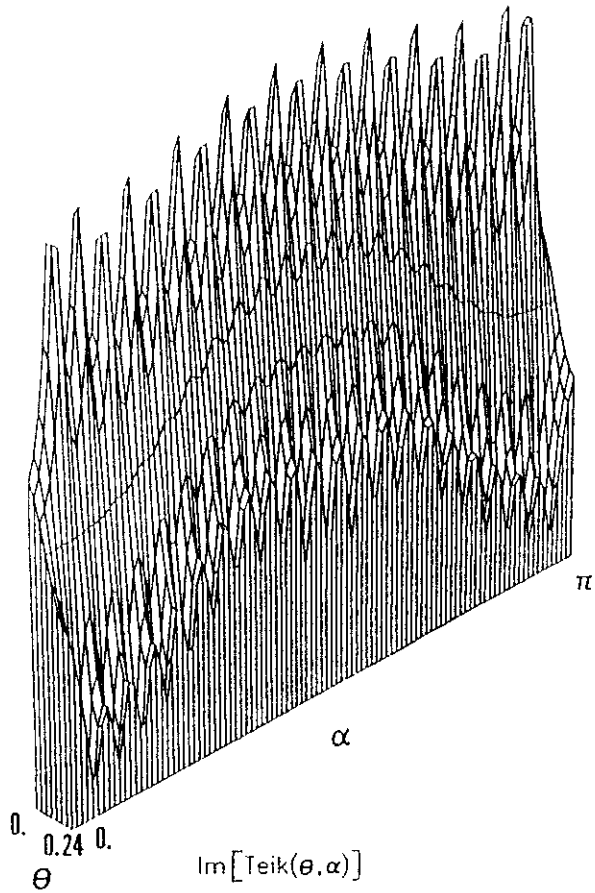


Figura 56.- Parte imaginaria de la amplitud de scattering para una lente GRIN, $\text{Im}(T) = f(\theta, \alpha)$, $\theta: 0 \rightarrow 24$ rad., $\alpha: 0 \rightarrow \pi$ rad.

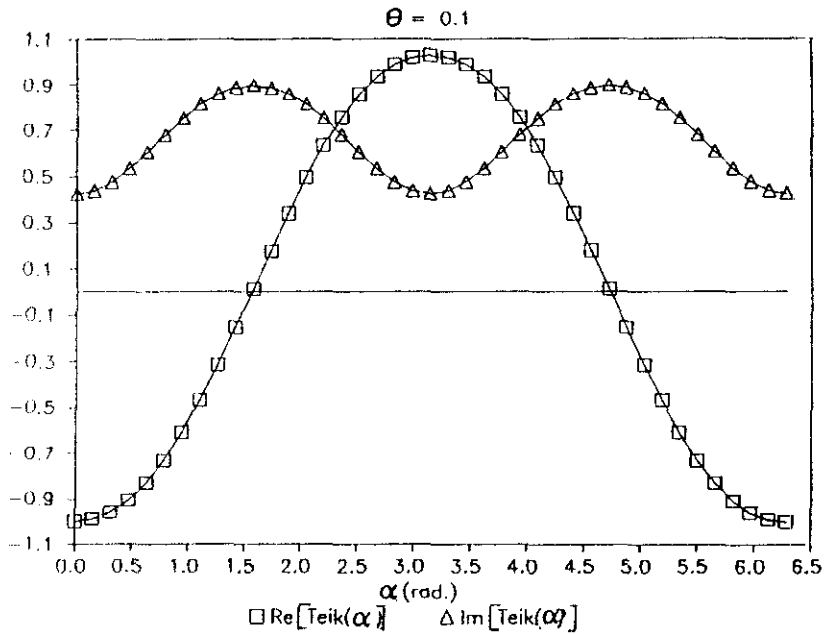


Figura 57.- Parte real e imaginaria de la amplitud de scattering para una lente GRIN, en función del ángulo azimutal α , para un ángulo de scattering $\theta = 0$ rad. Escala comparativa.

primera onda de referencia, como segunda onda de referencia. La reconstrucción se realiza con la onda de scattering de la primera lente; los hologramas deben de transmitir el campo procesado teóricamente; en condiciones de máxima eficiencia, la señal transmitida por el holograma es igual a la onda conjugada de la segunda referencia, y la señal transmitida por el segundo holograma es igual a la onda conjugada de la señal emergente de la segunda lente, para que se de el acoplo (véase Fig. 58)

Sean:

U_1 : Onda objeto incidente en el primer holograma, señal de salida de la primera lente GRIN.

U_{R1} : Onda de referencia incidente en el primer holograma.

U_2 : Onda objeto incidente en el segundo holograma, señal de salida de la segunda lente GRIN.

U_{R2} : Onda de referencia incidente en el segundo holograma.

Trabajando con un holograma fuera de eje, en condiciones de registro lineal y con ondas de referencia planas monocromáticas, se puede considerar el acoplo formado por la imagen real de los hologramas, técnica de proyección de imagen real descrita por Solymar y Cooke y utilizada por Soares et al. [27], de la misma forma que en el holoacoplador para conectar dos fibras ópticas, sección 1.2, y sigue siendo válida la condición de acoplo (I.76), que ahora se escribe en la forma:

$$|U_1|^2 = 1 \quad (\text{III.23})$$

y es una condición de normalización sobre la señal emergente de

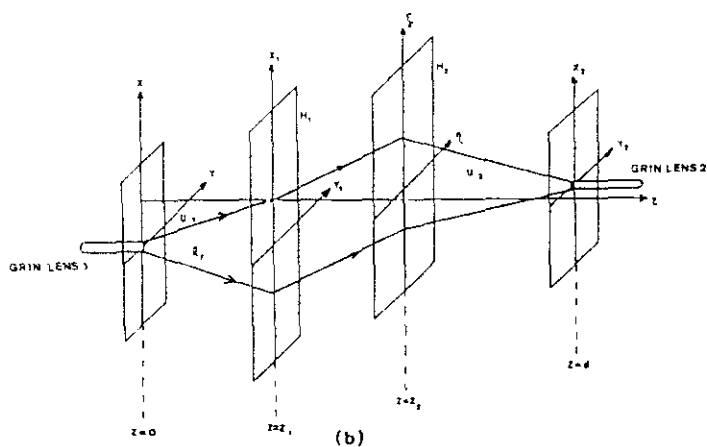
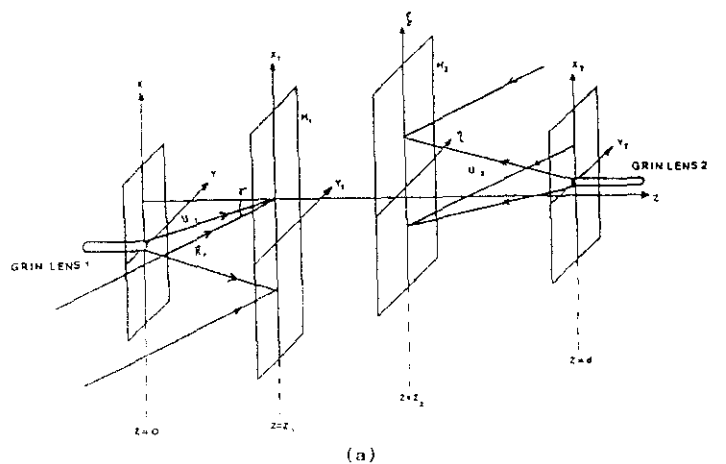


Figura 58. Holoacoplador por transmisión para dos lentes GRIN.
(a) Registro; (b) reconstrucción.

la primera lente GRIN. Admitiendo la señal de salida de la lente para campo lejano (I.37), dada por Alvarez-Estrada et al. [56] la ecuación de acoplo (I.84) sigue siendo válida, donde ahora la amplitud de la onda de scattering producida por la lente en aproximación eikonal en el sentido de Glauber, está dada por las ecuaciones (III.21) y (III.22). La ecuación de acoplo (I.84) ha sido resuelta numéricamente para una lente GRIN con la función de estratificación (III.4), con $L = 1$; de las dos posibles soluciones para el doble signo implícito de la raíz del módulo del vector de posición de la sección transversal de la lente $\vec{\rho}$, se obtiene el acoplo para la solución:

$$|\vec{\rho}|^{1/2} = -|\vec{\rho}|^{1/2} \quad (\text{III.24})$$

representado gráficamente como un punto de corte entre el primer término de la ecuación (I.84): $\frac{|T_{\text{eik}}(\vec{R}', \vec{R})|^2}{2|\vec{\rho}|^{1/2}}$ y el segundo término de la misma ecuación, en función de x (coordenada vertical de la sección transversal de la lente), para un y dado (un punto de la coordenada horizontal de la sección transversal de la lente). La representación gráfica de las soluciones se muestra en las figuras 59-61 para distintos intervalos de y dentro del radio de la lente.

El sistema acopla desde $y = 0.0 \mu\text{m}$ hasta $y = 1.2 \mu\text{m}$. El punto de corte tiende hacia la izquierda hasta $y = 1.3 \mu\text{m}$, posición en la cual el sistema se desacopla, las dos distribuciones tienden monótonamente a ser paralelas. El conjunto de soluciones representa una situación más estable que

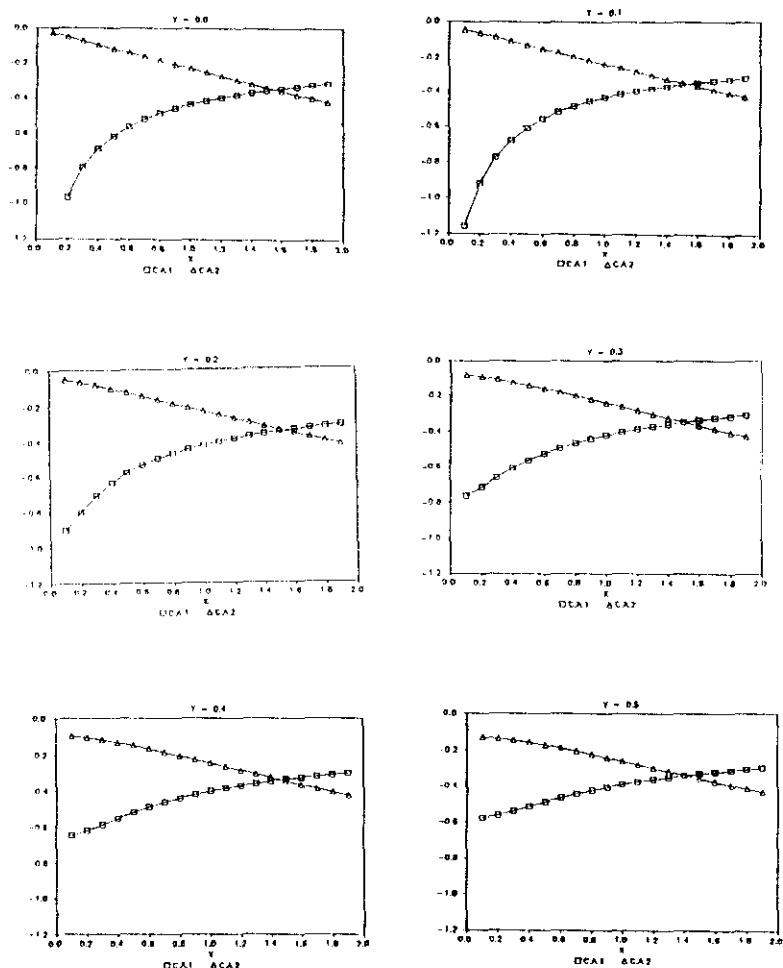


Figura 59. Solución a la ecuación de acoplo para dos lentes GRIN representada por un punto de corte entre los dos términos de la misma: \square : primer término, Δ : segundo término, para $\gamma: 0.0 \longrightarrow 0.5 \mu\text{m}$

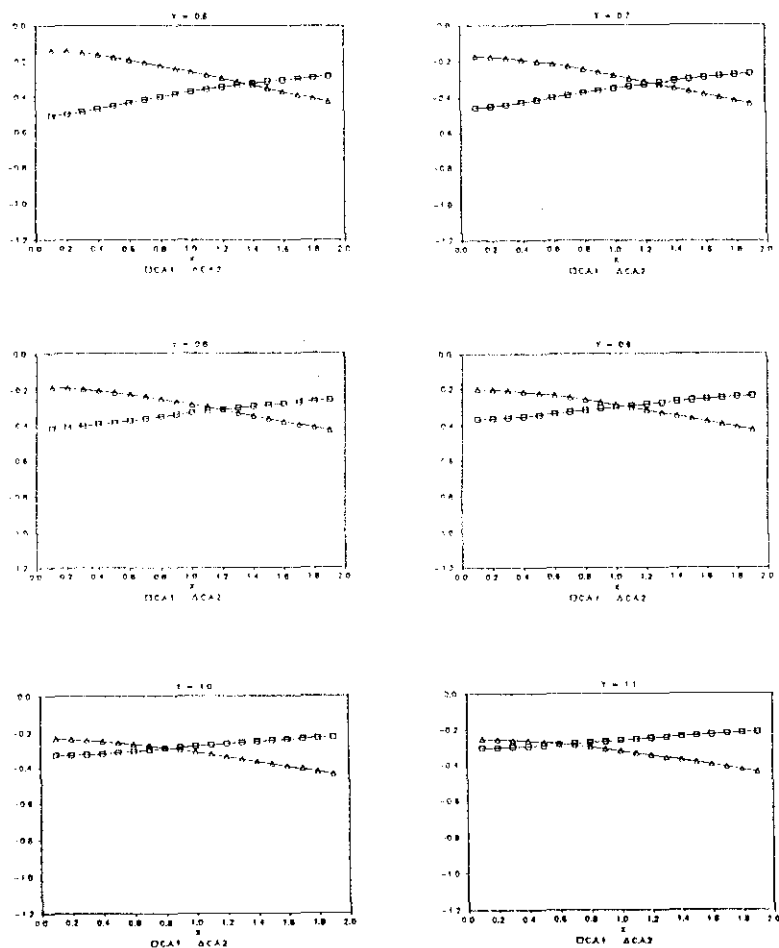


Figura 60. Solución a la ecuación de acoplo para dos lentes GRIN representada por un punto de corte entre los dos términos de la misma: \square : primer término, Δ : segundo término, para $\gamma: 0.6 \longrightarrow 1.1 \mu m$

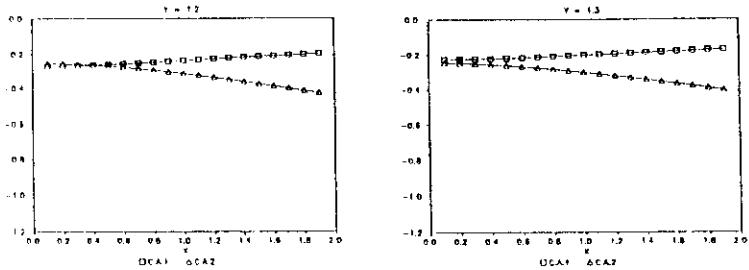


Figura 61. Solución a la ecuación de acoplo para dos lentes GRIN representada por un punto de corte entre los dos términos de la misma: \square : primer término, Δ : segundo término. Para $y = 1.3\mu\text{m}$ el sistema desacopla.

la obtenida con el dispositivo para fibra óptica, ya que el sistema acopla en más de la mitad de la sección transversal de la lente, aunque el comportamiento sigue siendo crítico y precisa de una nueva alineación experimental. La condición de acoplo viene afectada de forma implícita por la función de estratificación $g(z)$, ya que la fase de la onda de scattering es proporcional a $g^2(z)$, (para x fijo), (ec. III.20). Así, por ejemplo, si consideramos la ec. (III.9) para $\rho(z)$ obtenemos para la fase eikonal en el origen:

$$\varphi_{\text{eik}}(0, z) = \frac{C}{\rho_0^2} e^{-\frac{zz}{L}} \quad (\text{III.25})$$

donde:

$$C = -\frac{KR_1^3}{3} \quad (\text{III.26})$$

Se observa que φ_{eik} es inversamente proporcional a ρ_0^2 y depende exponencialmente de L como un término de amortiguamiento.

El acoplo puede optimizarse controlando los parámetros del medio, ρ_0 y L .

3.4.- VERIFICACION DEL TEOREMA OPTICO EN EL HOLOACOPLADOR HOLOGRAFICO DE TRANSMISION COMPUESTO PARA LENTE GRIN.

De acuerdo con los resultados obtenidos para la amplitud de scattering se puede verificar, el teorema óptico en el proceso de acoplo según Newton, [55]. Se define la sección eficaz diferencial de scattering $d\sigma/d\Omega$ como la relación entre el flujo

total de scattering y el flujo incidente, siendo un parámetro que mide la eficacia del proceso de scattering:

Siguiendo la teoría clásica, el flujo total de radiación de scattering se calcula integrando el vector de poynting (proporcional en módulo a la energía de la onda electromagnética) de la onda de scattering sobre una esfera de radio muy grande. En la aproximación asintótica el flujo total que atraviesa dicha esfera (contribución del flujo incidente, disipado y de scattering) tiende a cero, puesto que a muy grandes distancias se supone que el campo produce una interacción despreciable. Considerando que el campo a gran distancia de la fuente está formado por la superposición de ondas secundarias, producidas por un número de regiones del nuevo frente de onda formado en la región de scattering, cada una de las cuales esté centrada en un punto (llamado punto de fase estacionaria), que coincide con la intersección con el frente de onda que pasa a través de la dirección de propagación de la onda incidente (utilizado en la formulación del principio de Huygens-Fresnel para difracción de luz), se llega a una expresión para la sección eficaz total de scattering que, en el caso de que el problema presente simetría completa rotacional, se simplifica a:

$$\sigma_{tot} = -\frac{4\pi}{k} \operatorname{Im}[T(\vec{k}', \vec{k})] \quad (\text{III.27})$$

La ecuación (III.27) puede ser admitida ya que, θ es pequeño y a grandes distancias la onda de scattering tiende a una onda

cuadrática (de acuerdo con la condición de campo lejano) donde además se ha supuesto una polarización fija (onda plano polarizada).

Cuando la parte real de la amplitud de la onda de scattering producido por la lente GRIN en aproximación de campo lejano, dado por la integral (III.21), es nula, la ecuación de acoplo (I.84), se convierte en una ecuación para la parte imaginaria de la amplitud de la onda de scattering:

$$\frac{|T(\vec{k}', \vec{k})|^2}{2|\vec{\rho}|^{1/2}} = \text{Im}[T(\vec{k}', \vec{k})] \text{ sen } [K\rho(1-\cos \phi)] \quad (\text{III.28})$$

La ecuación (III.28) a través de la normalización para $|T(\vec{k}', \vec{k})|^2$ implica una expresión para la parte imaginaria de la amplitud de onda de scattering que depende del ángulo ϕ siendo $\phi = \text{áng}(\vec{k}, \vec{\rho})$.

$$\text{Im}[T(\vec{k}', \vec{k})] = 2|\vec{\rho}|^{1/2} \text{ sen } [K\rho(1-\cos \phi)] \quad (\text{III.29})$$

En virtud del teorema óptico (III.27), la expresión (III.28) es proporcional a la sección eficaz total de scattering. Para $\phi = 0^\circ$, la sección eficaz de scattering es nula mientras que para $\phi \approx 11^\circ$, la parte imaginaria de la amplitud eikonal es aproximadamente la unidad.

Para que se cumpla

$$\text{Re}[T(\vec{k}', \vec{k})] = 0 \quad (\text{III.30})$$

basta con que el integrando de la ecuación (III.21) sea nulo:

$$\cos(\vec{k}-\vec{k}') \underline{b} \sin \varphi_{eik}(x,z) + \sin(\vec{k}-\vec{k}') \underline{b} [\cos \varphi_{eik}(x,z) - 1] = 0 \quad (\text{III.31})$$

Dividiendo por $\cos(\vec{k}-\vec{k}') \underline{b} \neq 0$ (los vectores $(\vec{k}-\vec{k}')$ y \underline{b} son coplanarios), se obtiene:

$$\text{tg} \{(\vec{k}-\vec{k}') \underline{b}\} = \left[\cotg \frac{\varphi_{eik}(\underline{b})}{2} \right] \quad (\text{III.32})$$

La ecuación (III.32), para la dirección de scattering hacia delante, $\theta = 0$, determina una expresión para la fase de onda de scattering en aproximación de campo lejano que cumple el teorema óptico; llamando:

$$f(x,z) = \cotg \left[\frac{\varphi_{eik}(x,z)}{2} \right] = 0 \quad (\text{III.33})$$

las raíces de la ecuación (III.33) representan los valores particulares de la fase en los cuales se cumple el teorema óptico. Sustituyendo la expresión de la fase en aproximación eikonal (III.20), para una lente GRIN de radio $R_1 = 2. \mu\text{m}$, para el perfil dado por (III.4) con $g_0 = 1$, para un estrato de longitud $L = 1. \mu\text{m}$ en el caso de longitud de onda en IR, $\lambda = 0.8 \mu\text{m}$, la superficie $f(x,z)$ (representada gráficamente en la figura 62.a) tiene las raíces en los puntos:

$$\varphi_{eik}(\underline{b}) = 2(n + \frac{1}{2}) \pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

En la fig. 62.b se han representado las superficies de contorno equifase.

En la figura 63 se han obtenido numéricamente las raíces de

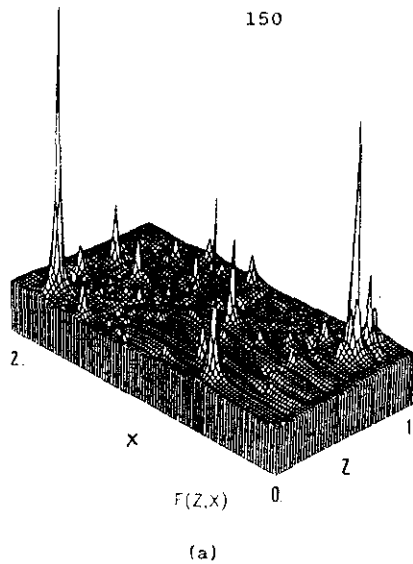
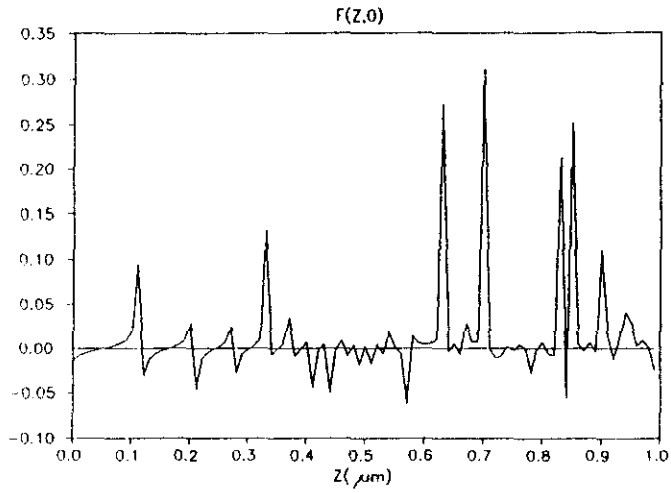
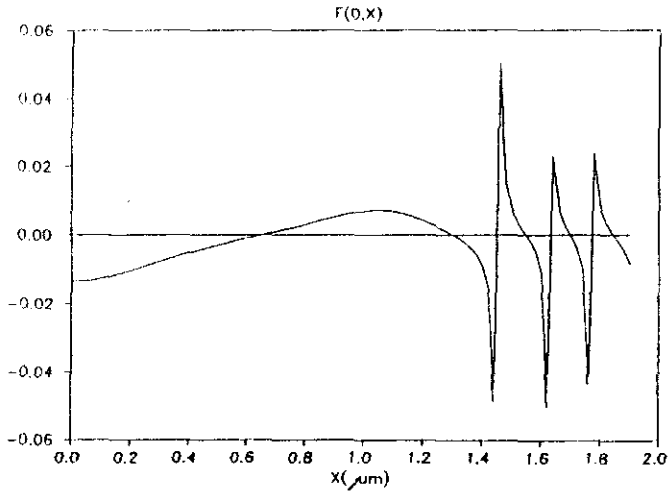


Figura 62 a.- Representación de la superficie $F \equiv \cotg\left(\frac{\varphi_{01k}}{2}\right)$ obtenido de la verificación del teorema óptico (ec.III.27). Superficie $f(x,z)$, dada por las ecuaciones (III.33), (III.20) y (III.4).

b.- Curvas de contorno equifase. Fuera de los dominios del contorno la fase de la amplitud de scattering es nula.



(a)



(b)

Figura 63. Raíces de la ecuación (III.33) que cumplen el teorema óptico. a) Puntos en los que se anula la función en el eje Z . b) Puntos en los que se anula la función en el eje X .

la ecuación (III.33). Las curvas se han normalizado al máximo valor absoluto de la función $f(x,z)$.

En la dirección longitudinal Z se aprecia que la verificación del teorema óptico es válida. En la dirección x por el contrario se obtienen diferentes resultados.

Así, en las proximidades del contorno de la guía ($X > 1.4 \mu\text{m}$), se aprecia un incremento de la modulación por el efecto del borde de la geometría cilíndrica impuesta, mientras que para $0 < x < 1.4$ se obtiene un perfil suave de la fase que depende de la distribución de la función g para el estrato.

Todos los puntos que cumplen $\cotg\left[\frac{\varphi_{eik}}{2}\right] = 0$ (raíces de la ecuación) representan $x = x(z)$ o viceversa. Hay una interdependencia entre ambas variables que implican una determinada geometría para el estrato, obtenida analíticamente de:

$$\varphi_{eik} = 2\left(n + \frac{1}{2}\right)\pi, \quad n: \text{entero}$$

3.5. DISCUSION.

Del estudio de la condición de acoplo para un conector holográfico de dos lentes GRIN se obtiene una solución analítica en forma de punto de corte de los dos términos de la ecuación, que podría ser equivalente a un requerimiento de alineamiento preciso en el sistema. Lo que supone un aspecto crítico en la optimización del dispositivo experimental. Comparando con el resultado obtenido para el conector holográfico con fibra óptica se observa que en la lente GRIN el acoplo se consigue sin

embargo más fácilmente. La eficacia del proceso se comprende mediante la aplicación del Teorema Optico, hallando la solución particular de la condición de acoplo para el caso de que la parte real de la amplitud eikonal sea nula (que se cumple aproximadamente en las condiciones de este trabajo). La verificación de este teorema da lugar a una modulación en la fase para la señal de scattering producida por el medio GRIN estratificado que presenta un comportamiento suave (coincidente con la fase obtenida en aproximación eikonal) excepto en puntos de máximo o mínimo en los cuales la fase se desvía de la aproximación eikonal. La aplicación del Teorema Optico se ha realizado en las condiciones del ángulo de scattering máximo permitido por la aproximación de Glauber y demuestra que el holoacoplador para lentes GRIN es realizable. Este resultado se puede utilizar para construir un holoacoplador combinado de lentes GRIN y fibra óptica, realizando la conexión del sistema propuesto por J.C. Palais [15] mediante un holograma (véase Fig. 64), dotando al dispositivo de un carácter bidireccional de forma que pueda realizar la transmisión de señal en ambas direcciones.

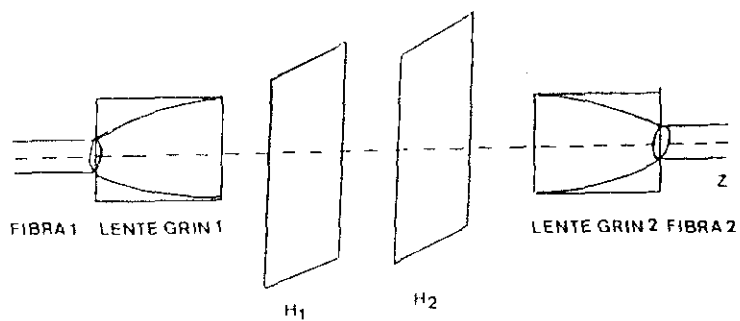


Figura 64 Dispositivo holográfico bidireccional para conectar un sistema compuesto por fibra óptica y lente GRIN.

CAPITULO IVCOMPORTAMIENTO DE UN HOLOACOPLADOR POR TRANSMISION
CON INTERVENCION DE ONDA GAUSIANA4.- INTRODUCCION.

En la primera parte de este trabajo, se ha analizado el acoplador holográfico cuando la onda de referencia utilizada en el registro de los hologramas es una onda plana monocromática. Siguiendo la teoría de Ghatak y Thyagarajan [81], cuando una cavidad resonante opera en el modo fundamental transversal la distribución de la amplitud del campo transversal es una función gaussiana de amplitud $1/e$ y radio ω_0 , denominado "anchura del haz". En la propagación en el espacio libre se mantiene la condición de onda gaussiana con aumento de la anchura del haz a $\omega(z)$, implicando divergencia en la difracción. Este comportamiento del haz emitido por una fuente láser complica la formulación para describir el registro holográfico. La interpretación del interferograma obtenido de la superposición de una onda gaussiana y un campo de scattering en la fotoemulsión requiere, aun cuando no se considere el efecto en volumen, de una descripción geométrica más compleja. Russell [83] ha comprobado experimentalmente, que la difracción de una onda gaussiana en un medio de registro produce una considerable

distorsión en el perfil de la amplitud difractada. El efecto producido por la amplitud gaussiana con la variable radial puede estudiarse teóricamente aplicando la teoría de ondas acopladas de Kogelnik a un holograma registrado con dos ondas planas de amplitud gaussiana, es decir, dependiente de la variable radial pero no de la distancia longitudinal de propagación [26] (efecto que se puede corregir experimentalmente haciendo pasar la señal emergente de un haz laser a través de una lente colimadora).

Siguiendo a Rusell [83], cuando se registra un holograma por dos ondas planas, una de ellas con amplitud gaussiana truncada dependiente de la variable radial (es decir, amplitud gaussiana modulada por una función pupila que equivale a hacer nula la amplitud a partir de una cierta anchura), y la otra con amplitud constante, se produce distorsión en la reproducción de la onda objeto, debido a dos causas: Cuando el espesor del holograma es mayor que la anchura del haz, sólo se produce modulación cuando hay solapamiento entre los dos haces (parte del espectro de frecuencias coincidentes) y la transición desde la región de alta modulación a la región de baja modulación produce distorsión. Cuando la anchura de los haces es mayor que el espesor del holograma, se produce una modulación variable con los límites de la anchura que da lugar a la distorsión de sobre acoplo (se puede conseguir máxima eficiencia en puntos del borde pero no en el centro).

Collier, Burckhardt y Lin proponen para convertir un haz de intensidad gaussiana en haz de intensidad uniforme en todos los puntos, utilizar un filtro que atenúe la intensidad gradualmente hasta la misma intensidad del borde en todos puntos [62]. Para evitar esta disminución en la intensidad, se utilizan hologramas generados por computador (CGH) . Han et al. [84], mediante un sistema de dos hologramas generados por computador, convirtieron una onda plana con amplitud gaussiana dependiente del radio en una onda plana con amplitud aproximadamente constante. Eismann et al. [85] utilizaron el método de hologramas generados por computador, también se puede convertir una onda plana con amplitud gaussiana truncada en una onda plana con amplitud uniforme de soporte rectangular, en campo lejano.

Estos métodos se aplican para corregir la distribución de intensidad gaussiana con el radio . No obstante , el problema de la divergencia del haz emergente de un laser no colimado con la distancia sigue estando presente cuando se trata de realizar elementos ópticos holográficos que no precisen de elementos ópticos que pueden introducir rigidez en el sistema .

En este capítulo se analiza primero el comportamiento de un acoplador holográfico cuando el registro se realiza con una onda de referencia gaussiana , generada por la propagación de la señal directa emergente del laser. Para ello , se analizan las condiciones de acoplo y llegando a la imposibilidad de mantener

la normalización de la señal gaussiana a lo largo de todo el espacio , se diseña un holocoplador simple para fibra óptica . Tambien se analizan los casos de holocoplador para lente GRIN y fibra óptica reconstruidos con onda gaussiana , encontrando la no eficacia de los dispositivos, siendo la configuración ideal para un holocoplador la que se realiza utilizando en la reconstrucción la onda objeto . Finalmente , se analiza el funcionamiento de un holograma como corrector de frente para evitar el problema de la divergencia con la distancia , encontrando una region para las anchuras de los haces de registro en la cual el holograma puede trabajar como convertidor de frente .

4.1.- CONDICION DE NORMALIZACION: IMPLICACIONES.

En el capítulo 1 , sección 1.2, se estudia el acoplador holográfico de transmisión compuesto para fibra óptica, siguiendo la técnica de proyección de imagen real descrita por Solymar y Cooke y utilizada por Soares et al. [27]. Cuando se trabaja en condiciones lineales con un holograma fuera de eje, la reconstrucción para acoplar la señal entre las dos fibras se realiza con la amplitud de transmisión del holograma para imagen real , al no producirse solapamiento entre los espectros de las dos imagenes formadas , real y virtual. La condición de acoplo se cumple cuando la onda de referencia es una onda plana

monocromática , de amplitud constante . Cuando se trata de estudiar un acoplador holográfico registrado con la señal emergente de un laser como onda de referencia ,con separación de espectros entre la imagen real y virtual para hologramas fuera de eje , la ec. (I.76) deducida de las condiciones de acoplo utilizada por Soares et al. para el registro con ondas planas [31] (I.72) y (I.74) se traduce en la normalización de la señal gaussiana . En consecuencia , para analizar éste sistema, se estudiarán previamente las condiciones de normalización.

Según Ghatak y Thyagarajan [81], el campo emergente de una fuente laser puede expresarse [81]:

$$U(x,y,z) = - \frac{iA\pi}{\lambda} \frac{2\omega_0^2}{2z - ik\omega_0^2} e^{\frac{(x^2+y^2)}{\omega^2(z)}} \cdot \exp \left\{ i k \left[z + \frac{x^2+y^2}{2z(1+k^2\omega_0^4/4z^2)} \right] \right\} \quad (IV.1)$$

Dónde se utiliza un signo negativo para la definición lineal de la transformada de Fourier.

Esta expresión representa un haz divergente con la distancia longitudinal de propagación z en forma gaussiana de anchura $\omega(z)$, tal que :

$$\omega^2(z) = \omega_0^2 \left[1 + \frac{\lambda^2 z^2}{\pi^2 \omega_0^4} \right] \quad (IV.2)$$

que aumenta a medida que el haz se propaga, siendo ω_0 la anchura mínima del haz definida en el plano de salida (origen de distancias, $z=0$). El radio de curvatura de la fase del frente de onda se define como:

$$R(z) \approx z \left(1 + \frac{k^2 \omega_0^4}{4z^2} \right) \quad (\text{IV.3})$$

el término exponencial en la ecuación (IV.1): $e^{ik \frac{x^2+y^2}{2R(z)}}$ contiene la curvatura de la fase del frente de onda, con la condición $R(0) \rightarrow +\infty$ (frente plano en el origen). Siendo en (IV.1) A una constante, λ la longitud de onda de emisión y K el número de ondas. La condición de normalización sobre la onda de referencia (I.75) se escribe ahora:

$$|U(x,y,z)|^2 = 1 \quad (\text{IV.4})$$

con $U(x,y,z)$ de acuerdo con (IV.1).

La ecuación (IV.4) determina la forma del perfil de la anchura del haz $\omega(z)$. Para una posición R dada, se deduce:

$$\omega^2(z) = \omega^2(z) = \frac{2z^2}{\ln \left[\frac{A^2 \pi^2}{\lambda^2} \frac{4\omega_0^4}{(4z^2 + k^2 \omega_0^4)} \right]} \quad (\text{IV.5})$$

El perfil dado por la expresión (IV.5) obtenido del intento de normalización de la señal gaussiana presenta una singularidad

negativa en $z \approx 1 \mu\text{m}$. Para valores pequeños de la variable longitudinal z , aumenta hasta tender a un valor aproximadamente constante. En la figura 65 se han representado gráficamente las dos curvas, $\omega^2(z)$ el perfil real de la señal gaussiana y $\omega_n^2(z)$, el obtenido del intento de normalización para todo z , observando que la expresión (IV.5) diverge considerablemente del valor real (IV.2), además de tener una singularidad en $z \approx 1 \mu\text{m}$. Si se normaliza la señal para una distancia dada z , por ejemplo, a una distancia nula de la fuente ($z=0$), es decir, la normalización en función de la variable radial R para un plano transversal fijo (en este caso el de salida del laser), se obtiene:

$$U(x, y, 0) = A e^{-\frac{\rho^2}{\omega_0^2}} \quad (\text{IV.6})$$

la condición de normalización es ahora:

$$|U(x, y, 0)|^2 = 1 \quad (\text{IV.7})$$

de donde se deduce:

$$A^2 = A_n^2 = e^{\frac{2\rho^2}{\omega_0^2}} \quad (\text{IV.8})$$

Es decir, se obtiene una expresión para el parametro A que es dependiente de la variable radial ρ del plano transversal, en

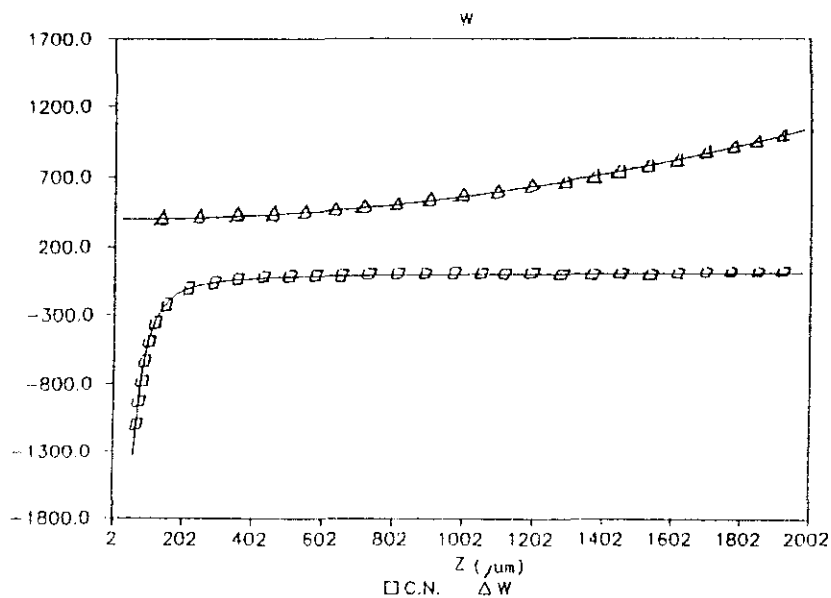


Figura 65. Perfil de anchura del haz gaussiano $\Delta w^2(z)$ para la señal emergente del laser, y $\square: w_N^2(z)$ el obtenido del intento de normalización de la onda gaussiana.

contradicción con la definición de la señal de partida donde A es una constante.

El intento de normalización de la onda gaussiana implica el cambio en la forma de la señal. Dada la divergencia del perfil gaussiano y la imposibilidad de normalización de la señal, el registro holográfico se debe realizar con amplitud constante para garantizar la fidelidad en la reproducción de la señal para el caso de que no se de solapamiento entre las dos imágenes reconstruidas, real y virtual.

Siguiendo la teoría de Colier, Burckhard y Lin [62], para que las dos imágenes estén perfectamente separadas, la onda de referencia debe formar un cierto ángulo θ con respecto al eje longitudinal mayor que una cota mínima θ_{min} . Para el caso de registro con una onda de referencia plana monocromática con un cierto ángulo de inclinación, se obtiene una amplitud de transmitancia que presenta un término proporcional a la onda objeto con un factor de fase exponencial, que representa la imagen virtual obtenida con un cierto ángulo de inclinación con respecto al eje longitudinal de propagación (que corresponde al término $U_{R2} U_{F2}^*$ en la ecuación (II.4)). Y un término proporcional a la onda conjugada de la onda objeto con un factor de fase exponencial, conjugado del anterior, y que representa la imagen real obtenida y simétrica con respecto al eje Y vertical

del holograma, con un ángulo de inclinación opuesto $-\theta$ respecto al eje longitudinal del sistema, que corresponde al término U_{R2}^* en la expresión para la transmitancia (II.4) en el capítulo 2. Para calcular el ángulo mínimo con el que debe incidir la onda de referencia plana en el holograma, se toma la transformada de Fourier de los términos de transmitancia para las imágenes, realizando el análisis en el rango de las frecuencias espaciales. Las transformadas de Fourier de las dos imágenes en el espacio de frecuencias espaciales están trasladadas en una cantidad α en la frecuencia correspondiente al ángulo de giro de la onda de referencia de amplitud plana. Se obtiene separación entre las dos imágenes cuando:

$$\theta > \theta_{\min} \quad (IV.9)$$

$$\theta_{\min} = \sin^{-1} (3B\lambda) \quad (IV.10)$$

Siendo λ la longitud de onda de la onda de referencia y B el valor más alto para las frecuencias espaciales de la transformada de Fourier de la onda objeto. El análisis se puede extender a onda esférica, sin embargo no queda garantizada la separación de espectros con la onda gaussiana. Para resolver este problema, se estudia la condición de acoplo para un holoacoplador simple que conecte dos fibras entre sí, realizando un registro doble en los dos lados del holograma. En este caso, la condición de acoplo se cumple y el dispositivo se puede

realizar, actuando como una lente convertidora del perfil de anchura del haz [77].

4.2.- ACOPLADOR HOLOGRAFICO POR TRANSMISION REGISTRADO CON ONDA DE REFERENCIA GAUSIANA PARA FIBRA OPTICA.

Consideraremos un holoacoplador simple formado por un sólo holograma fuera de eje. El registro se puede realizar por ambas caras, con la señal de salida de las fibras como onda objeto y la señal emergente del laser, onda gaussiana, como onda de referencia, siendo la segunda onda de referencia la conjugada de la primera para facilitar el acoplo. Este sistema es equivalente a un acoplador holográfico con dos hologramas sin espaciado entre ellos (vease figura 66).

Sean:

U_1 : Onda objeto incidente en la primera cara del holograma.

U_{r1} : Onda de referencia incidente en la primera cara del holograma.

U_2 : Onda objeto incidente en la segunda cara del holograma, donde se supone está situada la gelatina del material de registro.

U_{r2} : Onda de referencia incidente en la segunda cara del holograma, donde se supone está situada la gelatina del material de registro.

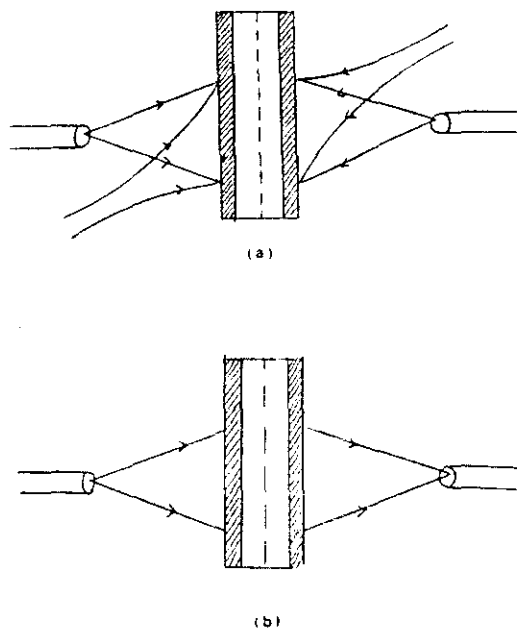


Figura 66. Holoacoplador simple por transmisión registrado con referencia gaussiana. (a) Registro; (b) reconstrucción. La localización de la fuente no queda aquí especificada.

La transmitancia en amplitud para la cara sin gelatina de la imagen real es:

$$T_1 = |U_1 + U_{r1}|^2 \approx U_1^* U_{r1} \quad (\text{IV.11})$$

donde no se ha tenido en cuenta el factor de fase constante originado por el soporte.

La transmitancia en amplitud para la cara con gelatina para la imagen real es

$$T_2 = |U_2 + U_{r2}|^2 e^{i\varphi} \approx U_2^* U_{r2} e^{i\varphi} \quad (\text{IV.12})$$

Siendo $e^{i\varphi}$ un factor de fase introducido por el fotomaterial.

Para que se produzca el acoplo, el campo transmitido por el holograma en la reconstrucción debe ser igual al conjugado del campo de salida de la segunda fibra (condición equivalente a (I.69)). Realizando la reconstrucción con la primera onda objeto (la señal de salida de la primera fibra), y teniendo en cuenta que la segunda onda de referencia es la onda conjugada de la primera condición dada por Soares et al. para facilitar el acoplo [31], (ecuación (I.70)), la condición de acoplo queda:

$$|U_1|^2 |U_{r1}|^2 e^{i\varphi} = 1 \quad (\text{IV.13})$$

La condición de acoplo (IV.13) se puede descomponer en

parte real e imaginaria obteniéndose:

$$|U_1|^2 |U_{r1}|^2 \cos \varphi = 1 \quad (\text{IV.14})$$

y

$$|U_1|^2 |U_{r1}|^2 \sin \varphi = 0. \quad (\text{IV.15})$$

Ambas ecuaciones (IV.14) y (IV.15) deben de cumplirse simultaneamente. Al ser los módulos de las ondas objeto y referencia no nulos, de la ecuación (IV.15) se deduce:

$$\sin \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = n\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{IV.16})$$

Sustituyendo la forma de φ en la ecuación (IV.14), para $n = 0, 2, 4, 6, \dots$ la condición de acoplo es

$$|U_{r1}|^2 |U_1|^2 = 1 \quad (\text{IV.17})$$

Para $n = 1, 3, 5, 7, \dots$ la condición: $|U_{r1}|^2 |U_1|^2 = -1$, no es admisible, por tanto, la condición de acoplo viene dada por la ecuación (IV.17), que es equivalente a la condición (I.74). El caso $n = 0$ representa un holoacoplador con dos hologramas sin espaciador. La condición de normalización obtenida es la misma que en un holoacoplador con espaciador, pero no contiene la condición de normalización para la onda de referencia. A continuación se detalla como evoluciona en este proceso el perfil de la anchura de la onda gaussiana.

Para simplificar el cálculo, se toman las constantes normalizadas:

$$E_0 = A = 1 \quad (\text{IV.18})$$

La condición de acoplo (IV.17) se puede escribir como:

$$|U_{r1}|^2 = \frac{1}{|U_i|^2} \quad (\text{IV.19})$$

Admitiendo la expresión en campo lejano dada por Alvarez-Estrada et al. [56] para el campo de scattering emergente de la fibra (I.80), $|U_i|^2$ se puede escribir en la forma:

$$|U_i|^2 = 1 + |T(\vec{k}', \vec{k})|^2 + \frac{2}{|\vec{\rho}|^{1/2}} \left\{ \text{Re} [T(\vec{k}', \vec{k})] \cos(\vec{k}\vec{\rho} - k\rho) + \right. \\ \left. + \text{Im} [T(\vec{k}', \vec{k})] \sin(\vec{k}\vec{\rho} - k\rho) \right\} \quad (\text{IV.20})$$

La intensidad de la onda de referencia se obtiene de la expresión (IV.1), y el perfil para el haz gaussiano deducido de la condición de acoplo (IV.19) es:

$$\omega^2(z) \cdot \omega_c^2(z) = \\ = \frac{2r^2}{\text{Ln} \left[\left[\frac{\omega_0^2}{\omega^2(z)} \right] \cdot \left\{ 1 + |T(\vec{k}', \vec{k})|^2 + \frac{2}{|\vec{\rho}|^{1/2}} \left\{ \text{Re} [T(\vec{k}', \vec{k})] \cos(\vec{k}\vec{\rho} - k\rho) + \right. \right. \right. \right.} \\ \left. \left. \left. \text{Im} [T(\vec{k}', \vec{k})] \sin(\vec{k}\vec{\rho} - k\rho) \right\} \right\} \right]} \quad (\text{IV.21})$$

Se observa que para $z=0$, plano de la fuente, $\omega_c(0)$ depende exclusivamente de la geometría del campo de scattering, con condiciones de incidencia \vec{k} y scattering \vec{k}' fijas. La convergencia con z queda además asegurada.

En la figura 67 se ha representado gráficamente el perfil de la anchura del haz gaussiano obtenido de la condición de acoplo, para el caso de amplitud en aproximación eikonal para incidencia lateral de radiación infrarroja en fibra, dada por las expresiones (I.53)-(I.58). El sistema funciona intrínsecamente haciendo converger el haz siendo posible entonces el registro con onda gaussiana para el acoplo. Este dispositivo no es restrictivo con la variable longitudinal z y permite una reducción de espacio en el diseño.

La condición de acoplo (IV.19) junto con (IV.1) y (IV.20) relaciona en una sola ecuación la parte real y la parte imaginaria de la amplitud de la onda de scattering en campo lejano, y se puede escribir en la forma:

$$\begin{aligned} & \left\{ \text{Im} [T(\vec{k}', \vec{k})] \right\}^2 + \frac{2}{|\vec{\rho}|^{1/2}} \sin(\vec{k}\vec{\rho} - k\rho) \text{Im}[T(\vec{k}', \vec{k})] + \\ & + \left\{ \text{Re} [T(\vec{k}', \vec{k})] \right\}^2 + \frac{2}{|\vec{\rho}|^{1/2}} \cos(\vec{k}\vec{\rho} - k\rho) \text{Re} [T(\vec{k}', \vec{k})] + \\ & + 1 - \frac{1}{|U_{r1}|^2} = 0 \end{aligned} \quad (\text{IV.22})$$

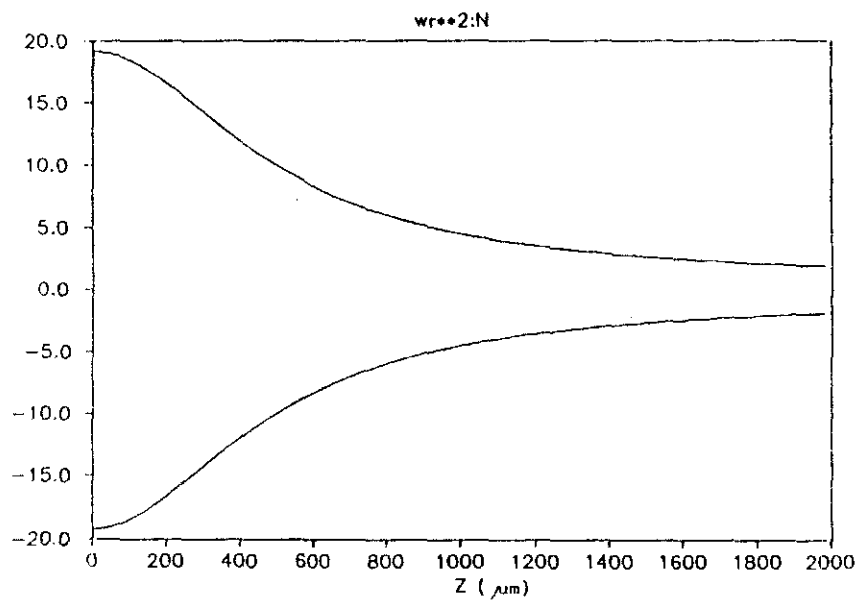


Figura 67. Perfil de anchura del haz obtenido del acoplador simple por transmisión.

De la ecuación de acoplo (IV.22) se puede deducir una expresión para la parte imaginaria de la onda de scattering en campo lejano que se puede comparar con los valores obtenidos para la parte imaginaria en aproximación eikonal.

Llamando:

$$b = \frac{1}{\rho^{1/2}} \operatorname{sen}(\vec{k}\vec{\rho} - k\rho) \quad (\text{IV.23})$$

Y definiendo una función $C(Z)$:

$$C(z) = \left\{ \operatorname{Re} [T^{(1)}(\vec{k}', \vec{k}, y)] \right\}^2 + \frac{2}{\rho^{1/2}} \cos(\vec{k}\vec{\rho} - k\rho) \operatorname{Re} [T(\vec{k}', \vec{k})] + \\ + 1 - \frac{1}{|U_{r1}|^2} \quad (\text{IV.24})$$

De la ecuación (IV.22), se obtiene la solución para la parte imaginaria de la amplitud de scattering producida por una capa concéntrica arbitraria (ecuaciones (I.55)-(I.57)):

$$\operatorname{Im}[T^{(1)}(\vec{k}', \vec{k}, y)] = -b \pm \sqrt{b^2 - C(z)} \quad (\text{IV.25})$$

Para que esta ecuación tenga solución real, debe ser:

$$\frac{2}{|\vec{\rho}|^{1/2}} \cos(\vec{k}\vec{\rho} - k\rho) \operatorname{Re}[T^{(1)}(\vec{k}', \vec{k}, y)] + \left\{ \operatorname{Re}[T^{(1)}(\vec{k}', \vec{k}, y)] \right\}^2 + \\ + 1 - \frac{1}{|U_{r1}|^2} - \frac{4}{|\vec{\rho}|} \leq 0 \quad (\text{IV.26})$$

La desigualdad (IV.26) se cumple para el signo positivo del

módulo del vector de posición en la sección transversal de la fibra (I.85), ya que una solución negativa implica valores de demasiado pequeños para una fibra de 2 μm de radio de núcleo que se ha considerado en este estudio. Llamando a la solución máxima de (IV.25):

$$\text{Im} [T_1^{(1)}] = -b + \sqrt{b^2 - C(z)} \quad (\text{IV.27})$$

y a la solución mínima:

$$\text{Im} [T_2^{(1)}] = -b - \sqrt{b^2 - C(z)} \quad (\text{IV.28})$$

En la figura 68, se han representado gráficamente las dos soluciones (IV.27) y (IV.28) para la parte imaginaria de la amplitud de la onda de scattering emergente de la fibra deducida de la aplicación de la condición de acoplo en, campo lejano, y los valores obtenidos en aproximación eikonal, para un valor fijo de la variable vertical de la sección transversal de la fibra X , en función de la variable y (coordenada horizontal de la sección de la fibra), desde $X = 0.0 \mu\text{m}$ hasta $X = 2.0 \mu\text{m}$. A medida que aumenta X , la curva $\text{Im}\{T^{(1)}(\vec{k}', \vec{k}, y)\}$ queda descrita en la primera parte antes del punto de corte entre $\text{Im}[T^{(1)}]_1$ e $\text{Im}[T^{(1)}]_2$ por la solución máxima, y en la segunda parte después del punto de corte $\text{Im}[T^{(1)}]_1$ e $\text{Im}[T^{(1)}]_2$ por la solución mínima, obteniéndose la desviación mínima para el radio total del núcleo.

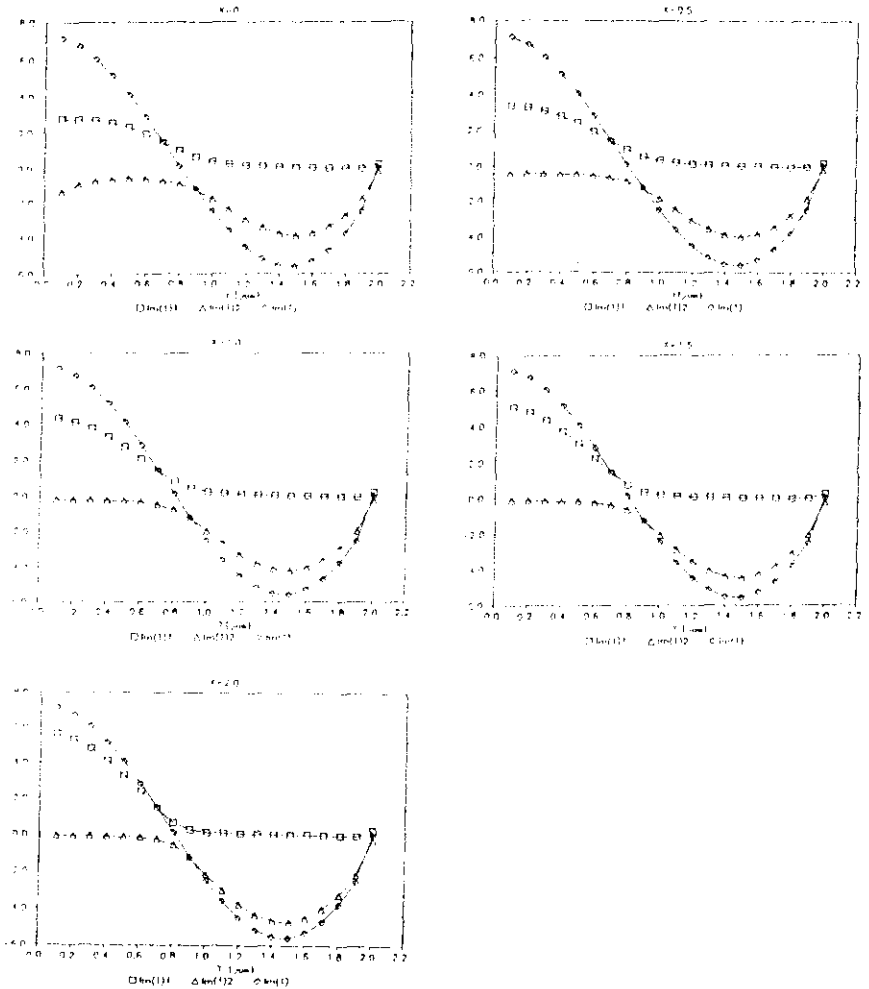


Figura 68. Diferencia entre la solución para $\text{Im}[T^{(1)}](\vec{R}', \vec{R}, y)$ obtenida de la ecuación de acoplo simple y la eikonal, $x:0 \rightarrow 2 \mu\text{m}$.

4.3.- ACOPLADOR HOLOGRAFICO POR TRANSMISION PARA LENTE GRIN CON ONDA DE REFERENCIA GAUSIANA.

Los dispositivos holoacopladores que se han estudiado en los capítulos 2 y 3, y en la sección 4.2 están diseñados para conectar una fibra óptica o lente GRIN con otra fibra o lente GRIN, es decir, la reconstrucción se realiza con la onda objeto del primer holograma (la señal de salida de la primera fibra o lente).

En este caso se trata de acoplar la señal emergente del laser a una lente GRIN mediante un holograma doble que ha sido registrado con la señal de salida de la fibra como onda objeto y el haz emergente del laser sin colimar como onda de referencia, según se describe en la sección 4.2. la reconstrucción se realiza con la señal emergente del laser (la onda de referencia) fuera de eje (vease figura 69).

El campo transmitido por el holograma es :

$$U_T = U_{R1} T_1 T_2 \quad (IV.29)$$

Donde T_1 se expresa según la ecuación (IV.11) y T_2 según la ecuación (IV.12) con $\varphi=0$. Admitiendo que la onda de referencia para registrar el segundo holograma es la onda conjugada de la onda de referencia utilizada en el registro del primer holograma (I.70), y suponiendo que los registros se han realizado con dos

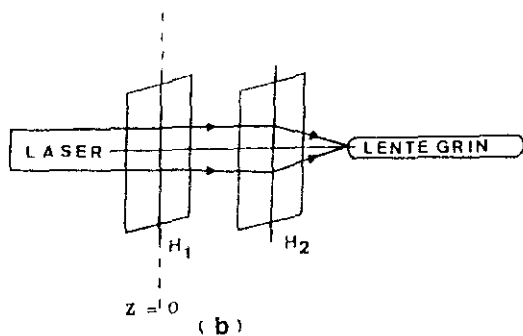
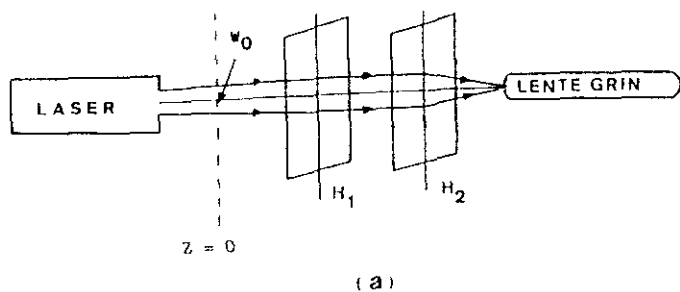


Figura 69. Reconstrucción del acoplador holográfico por transmisión con la onda de referencia gaussiana. (a) Holograma a una distancia finita de la fuente; (b) holograma a una distancia nula de la fuente.

lentes GRIN iguales:

$$U_2 = U_1 = U \quad (\text{IV.30})$$

la expresión (IV.29) para el campo de salida del segundo holograma queda:

$$U_T = U_R (U^*)^2 \quad (\text{IV.31})$$

Descomponiendo el campo de salida de la lente GRIN en parte real e imaginaria:

$$U = \text{Re}(U) + i \text{Im}(U) \quad (\text{IV.32})$$

y el campo de la onda de reconstrucción U_R :

$$U_R = \text{Re}(U_R) + i \text{Im}(U_R) \quad (\text{IV.33})$$

el campo saliente del segundo holograma se puede expresar en la forma:

$$U_T = \text{Re}(U_T) + i \text{Im}(U_T) \quad (\text{IV.34})$$

donde:

$$\text{Re}(U_T) = \text{Re}(U_R) |U|^2 + 2 \text{Im}(U_R) \text{Re}(U) \text{Im}(U) \quad (\text{IV.35})$$

y:

$$\text{Im}(U_T) = -2\text{Re}(U_R) \text{Re}(U) \text{Im}(U) + \text{Im}(U_R) |U|^2 \quad (\text{IV.36})$$

Se ha sustituido la expresión para el campo de salida de la

lente en campo lejano dada por Alvarez-Estrada et al. [56], ec. (I.37), en términos de la amplitud de scattering en aproximación eikonal para la lente GRIN (III.21) y (III.22) para el perfil (III.4) (calculada numéricamente en la sección 3.2) y sustituyendo la expresión para la onda de reconstrucción (IV.1) y (IV.2), (con $\omega_0 \approx 200 \mu\text{m}$ y $\phi = 10^\circ$) calculado numéricamente y representado gráficamente la forma de (IV.35) y (IV.36).

Tomando el ángulo de scattering $\theta = 0.1$ rad., en las figuras 70, 71 se observa que en el caso $z=0$, el campo U_T (ecuación (IV.31)) se está comportando como una onda plana, ya que la variable radial ρ está dentro de los valores interiores del haz ω_0 : $\rho \leq \omega_0$. Corresponde al caso en que la fuente de iluminación esté situada en el plano del holograma (figura 71b), y equivale a iluminar con un frente plano.

En la figura 72 se ha representado gráficamente la parte real e imaginaria del campo saliente difractado por el holograma U_T en función de z , formando $\theta = \alpha = 0.1$ rad. Corresponde al caso de que la fuente laser esté separada del holograma (figura 69). En las figuras 72a y 72b se ha tomado el intervalo $z \in [0, 0.02]$ m. En las figuras 72c y 72d se ha tomado el intervalo $z \in [1, 1.02]$ m, donde se aprecia la convergencia del campo con la distancia. Estas gráficas se han representado para $\rho = 1 \mu\text{m}$; en las figuras 72e y 72f se puede observar la atenuación del campo con la variable radial: al tomar $\rho = 400 \mu\text{m}$ el campo es casi nulo (curvas en el eje cero) comparado con lo representado en la

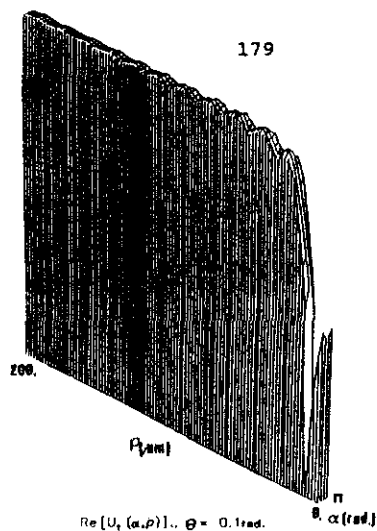


Figura 70. Parte real del campo de salida de los hologramas, cuando la reconstrucción se realiza en $z=0$.

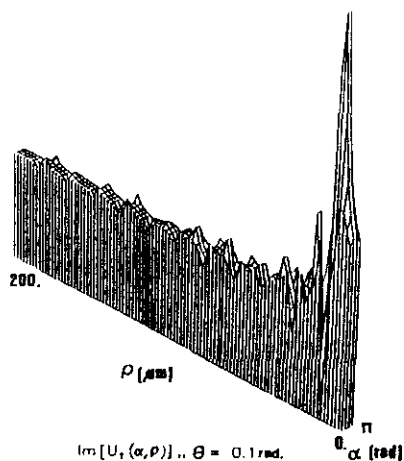
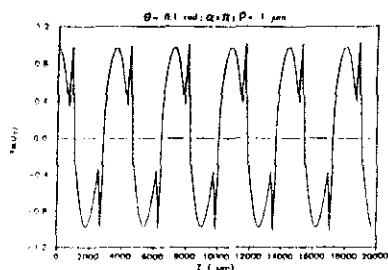
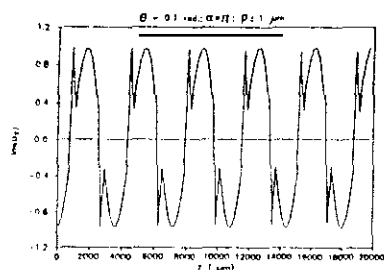


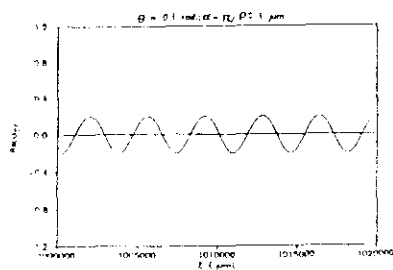
Figura 71. Parte imaginaria del campo de salida de los hologramas, cuando la reconstrucción se realiza en $z=0$.



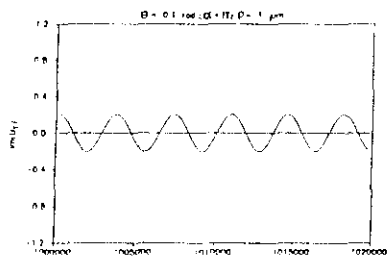
(a)



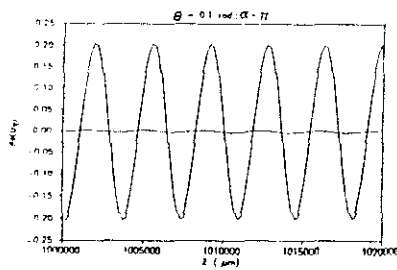
(b)



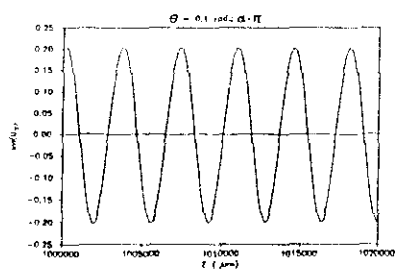
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 72. a) Parte real del campo saliente de los hologramas, $z \in [0, 0.02]$ m. b) Parte imaginaria del campo saliente de los hologramas, $z \in [0, 0.02]$ m. c) Parte real del campo saliente de los hologramas, $z \in [1, 1.02]$ m. d) Parte imaginaria del campo saliente de los hologramas, $z \in [1, 1.02]$ m. e) Parte real del campo saliente de los hologramas, $z \in [1, 1.02]$ m, para $\rho = 1 \mu\text{m}$ y $\rho = 400 \mu\text{m}$ (eje cero). f) Parte imaginaria del campo saliente de los hologramas, $z \in [1, 1.02]$ m, para $\rho = 1 \mu\text{m}$ y $\rho = 400 \mu\text{m}$ (eje cero).

misma gráfica para $\rho=1\mu\text{m}$.

El interés del análisis aquí expuesto radica en la posibilidad de descripción del holoacoplador, sin imponer previamente las condiciones de acoplamiento, como se realizó en el Capítulo I. Ello es debido al comportamiento del campo difractado por el holoacoplador, de cuyo análisis numérico se extrae la capacidad focalizadora requerida para un correcto funcionamiento del dispositivo.

4.4.- CORRECTOR HOLOGRAFICO DE FRENTE GAUSIANO

Siguiendo la teoría de Ghatak y Thyagarajan [43] el haz gaussiano emergente de un laser es divergente con la distancia longitudinal de propagación Z , lo que a efectos experimentales se puede considerar como un desenfoque de la imagen al aumentar la distancia a la fuente emisora. Un haz gaussiano puede ser enfocado por los efectos producidos en la propagación a través de un medio no lineal (es decir, un medio cuyo índice de refracción depende de la intensidad de la onda que en él se propaga), pero el haz gaussiano permanece gaussiano en la propagación en un medio homogéneo, en particular el aire. Dado que el término de fase que introduce la divergencia con la propagación no es un factor real, no es posible manipular el término para su convergencia mediante una transformación

compleja.

En ésta sección se analiza la posibilidad de cambiar la curvatura del término gaussiano mediante la incidencia en un holograma registrado con haces gaussianos. El campo transmitido por el holograma en la reconstrucción, en general, es una nueva gaussiana con otro perfil que va a depender de los perfiles de los haces incidentes en el registro y en la reconstrucción. Bajo condiciones especiales, se puede conseguir un cambio en la curvatura del haz emergente.

Sea un holograma registrado con una onda gaussiana (señal emergente de un laser no colimada) propagandose en la dirección perpendicular al plano del holograma, como onda objeto, y otra onda gaussiana (señal emergente de un laser no colimada), como onda de referencia fuera de eje y cuyos parámetros se van a caracterizar para obtener el corrector holográfico de frente gaussiano, como se indica en la figura 73.

Sean:

U : Onda gaussiana objeto.

U_r : Onda gaussiana de referencia.

Considerando que el holograma está fuera de eje y los espectros de la imagen real y virtual formados en la reconstrucción no tienen solapamiento de frecuencias espaciales, se puede trabajar con la transmitancia en amplitud para la imagen real, que, en condiciones lineales de registro, está dada por:

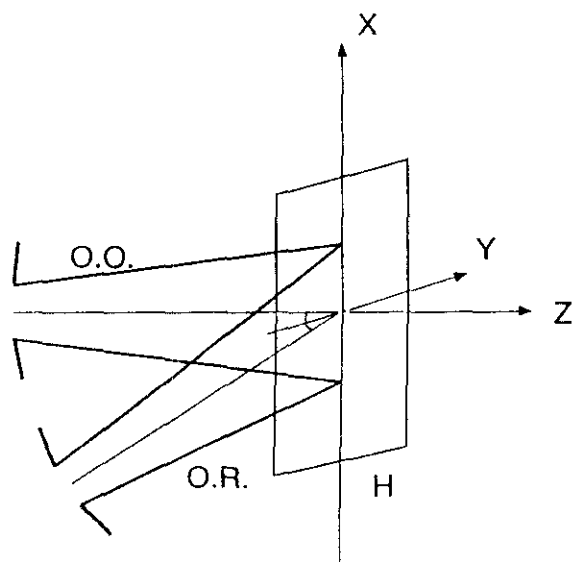


Figura 73. Registro de un holograma con dos ondas gaussianas.

$$T = |U + U_R|^2 \approx U^* U_R \quad (\text{IV.37})$$

Utilizando la expresión de Ghatak y Thyagarajan [81] para la señal de salida del laser la onda objeto está dada por las ecuaciones (IV.1) y (IV.2), y la forma de la onda de referencia es:

$$U_R(x_R, y_R, z_R) = -i \frac{A_R \Pi}{\lambda_R} \frac{2\omega_{OR}^2}{(2z_R - i k \frac{\lambda_R^2}{4\omega_{OR}})} \cdot \exp \left\{ i k_R \left[z_R + \frac{x_R^2 + y_R^2}{2z_R (1 + k_R^2 \frac{\lambda_R^2}{4\omega_{OR}^2} - \frac{1}{4z_R^2})} \right] \right\} e^{-\frac{(x_R^2 + y_R^2)}{\omega_R^2(z_R)}} \quad (\text{IV.38})$$

Siendo k_R el vector de onda de la onda de referencia de longitud de onda λ_R y el perfil de la anchura del haz de referencia dado por:

$$\omega_R^2(z_R) = \omega_{OR}^2 \left[1 + \frac{\lambda_R^2 z_R^2}{\Pi^2 \omega_{OR}^4} \right] \quad (\text{IV.39})$$

Siendo ω_{OR} la anchura del haz de referencia en el origen y x_R, y_R, z_R las variables correspondientes a la onda de referencia, tal que la variable radial esta dada por:

$$x_R^2 + y_R^2 = r_R^2 \quad (\text{IV.40})$$

Y realizando la reconstrucción con la onda objeto, el campo transmitido por el holograma U_t es:

$$U_T = |U|^2 U_R \quad (\text{IV.41})$$

A continuación se analiza el campo transmitido por el holograma para el estudio de la curvatura del haz emergente.

En el caso de que el centro del spot de la onda de referencia coincida con el centro del spot de la onda objeto en el holograma (condición para realizar la interferencia holográfica), se puede asumir la misma variable radial para la onda objeto y la onda de referencia, y la expresión para el campo transmitido por el holograma es:

$$U_T \approx -i \frac{A^2 A_R \Pi^3}{\lambda^2 \lambda_R} \cdot \frac{4\omega_0^4}{(4z^2 + k^2 \omega_0^2)} \cdot \frac{2\omega_{OR}^2}{(2z_R - ik_R \omega_{OR}^4)} \cdot \exp \left\{ ik_R \left[z_R + \frac{x^2 + y^2}{2z_R (1 + k_R^2 \omega_{OR}^4 / 4z_R^2)} \right] \right\} e^{-(x^2 + y^2) \left[\frac{1}{\omega_R^2(z_k)} + \frac{2}{\omega_R^2(z)} \right]} \quad (\text{IV.42})$$

Para realizar un análisis de la contribución de las dos haces se define la función.

$$\frac{1}{\omega_H^2(z')} = \frac{1}{\omega_R^2(z_R)} + \frac{2}{\omega^2(z)} \quad (\text{IV.43})$$

De donde:

$$\omega_H^2(z') = \frac{\omega^2(z) \omega_R^2(z_R)}{\omega^2(z) + 2\omega_R^2(z_R)} \quad (\text{IV.44})$$

Siendo z' la distancia de propagación a partir del holograma, la función ω_H permite realizar un análisis estimativo del campo transmitido por el holograma, aunque no riguroso puesto que no se han tenido en cuenta otros efectos como el espesor del holograma:

$$U_T \approx e^{-\frac{(x^2+y^2)}{\omega_H^2(z')}} \quad (\text{IV.45})$$

Suponiendo

$$z = z_R = z' \quad (\text{IV.46})$$

equivalente a considerar que las dos fuentes están situadas a la misma distancia del holograma y que se estudia el campo propagado hasta una distancia Z , en una circunferencia de radio Z , se ha representado gráficamente el perfil de la anchura modificada del nuevo haz gaussiano emergente, obteniendo una reducción de la divergencia del haz aproximadamente del 62% con respecto al valor inicial. En la figura 74 se puede observar el perfil de la anchura para la onda objeto con los parámetros $\omega_0 = 20. \mu\text{m}$ y $\lambda = 0.8 \mu\text{m}$. En la figura 75 se puede observar la

disminución de la divergencia en la función ω_H para $\omega_0 = \omega_{OR} = 20. \mu m$, $\lambda = 0.8 \mu m$ y $\lambda_R = 0.67 \mu m$.

En el caso de que la longitud de onda de la onda objeto y la onda de referencia coincidan,

$$\lambda_R = \lambda \quad (IV.47)$$

La anchura modificada del haz gaussiano se puede descomponer en dos términos:

$$\omega_H^2(z) = T_1(z) + T_2(z) \quad , \quad (IV.48)$$

$$T_1(z) = \frac{\left[1 + \left(\frac{2z}{k\omega_0'} \right)^2 \right]^2}{\frac{(2\omega_{OR}^2 + \omega_0^2)}{(\omega_0')^4} + \left(\frac{2z}{k\omega_0'} \right)^2 \frac{(2\omega_0^2 + \omega_{OR}^2)}{(\omega_0')^2}} \quad (IV.49)$$

Y

$$T_2(z) = \frac{\left(\frac{2z}{k} \right)^2 (\omega_0^2 - \omega_{OR}^2)^2}{(2\omega_{OR}^2 + \omega_0^2) + \left(\frac{2z}{k} \right)^2 (2\omega_0^2 + \omega_{OR}^2)} \quad (IV.50)$$

Donde, en general, se supone que la anchura en el origen de los dos perfiles es distinta:

$$\omega_0 \neq \omega_{OR} \quad (IV.51)$$

Para pequeños valores de la variable longitudinal z , el término $T_1(z)$ es una función convexa (vease figura 76). $T_1(z)$ es

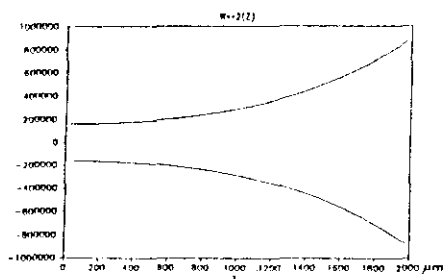


Figura 74. Perfil para la anchura de un haz gaussiano de parámetros $\omega_0 = 20.0 \mu\text{m}$ y $\lambda = 0.8 \mu\text{m}$.

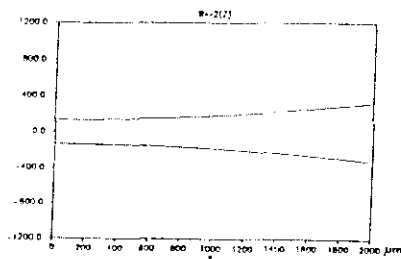


Figura 75. Representación de la función $W(z)$ para un holograma reconstruido con la onda objeto, para $\omega_0 = \omega_{OR} = 20.0 \mu\text{m}$ y $\lambda = 0.8 \mu\text{m}$, $\lambda_R = 0.67 \mu\text{m}$.

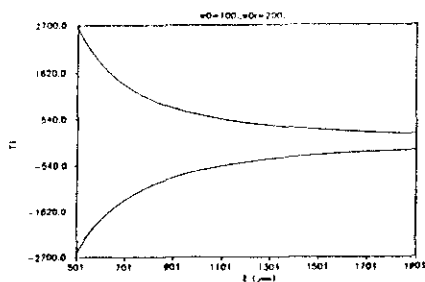


Figura 76. Representación del término $T_1(z)$ para $\omega_0 = 100.0 \mu\text{m}$, $\omega_{OR} = 200 \mu\text{m}$, $\lambda = \lambda_R = 0.6328 \mu\text{m}$.

una función divergente para grandes Z (vease figura 77).

Para pequeños valores de la variable longitudinal Z , el término $T_2(z)$ es una función cóncava tendiendo a un límite constante (figura 78).

Para pequeños valores de Z , $z \leq 2000 \mu\text{m}$, en el caso:

$$T_1(z) > T_2(z) \quad (\text{IV.52})$$

La función $\omega_k^2(z)$ es una función convexa (véanse figuras 79-80) tendiendo a alcanzar la anchura mínima del haz, punto a partir del cual es divergente (figura 81).

De las condiciones (IV.51) y (IV.52), se deduce una cota inferior para ω_0^2 :

$$\omega_0^2 > \text{C.I.1} , \text{C.I.2} , , \quad (\text{IV.53})$$

$$\text{C.I.1} = \frac{z_k (z_k - \omega_{oR})^2}{\omega_{oR}^4 - z_k^2} \quad (\text{IV.54})$$

y

$$\text{C.I.2} = \frac{-z_k (z_k - \omega_{oR})^2}{\omega_{oR}^4 - z_k^2} \quad (\text{IV.55})$$

Siendo:

$$z_k = \frac{2z}{K} \quad (\text{IV.56})$$

En el caso estudiado numéricamente,

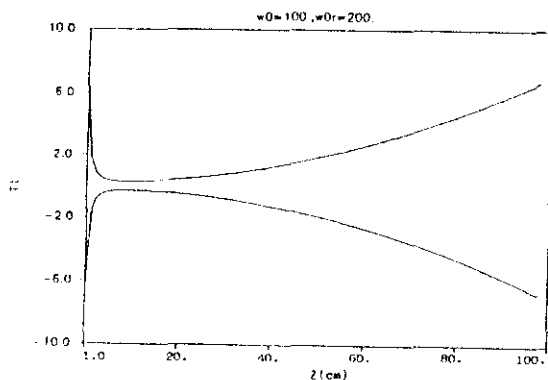


Figura 77. Divergencia de $T_1(z)$ para grandes valores de z .
 $\omega_0 = 100 \mu\text{m}$, $\omega_{0R} = 200.0 \mu\text{m}$ $\lambda = \lambda_R = 0.6328 \mu\text{m}$.

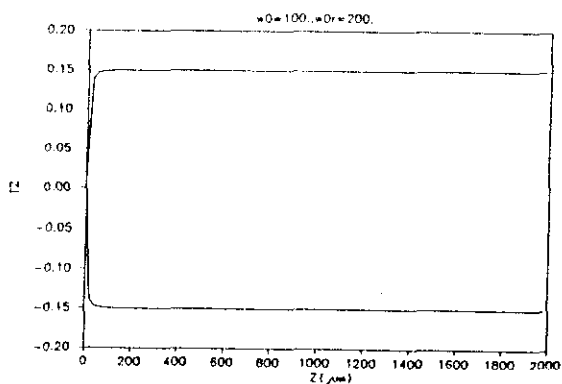


Figura 78. Representación de $T_2(z)$, función cóncava para pequeños valores de z , tendiendo a un límite constante,
 $\omega_0 = 100.0 \mu\text{m}$, $\omega_{0R} = 200.0 \mu\text{m}$, $\lambda = \lambda_R = 0.6328 \mu\text{m}$.

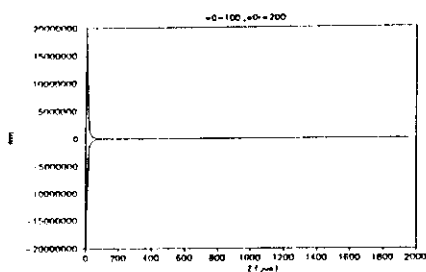


Figura 79. Representación de $\omega_H(z)$ en el caso $T_1(z) > T_2(z)$; $z: 0 \rightarrow 2000 \mu\text{m}$, $\omega_0 = 100.0 \mu\text{m}$, $\omega_{OR} = 200.0 \mu\text{m}$; $\lambda = \lambda_R = 0.6328 \mu\text{m}$.

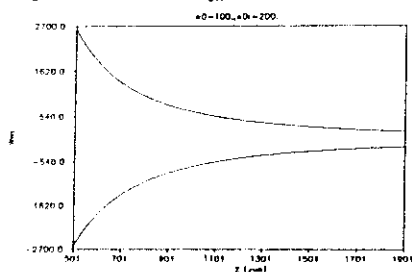


Figura 80. Representación de $\omega_H(z)$ en el caso $T_1(z) > T_2(z)$; $z: 501 \rightarrow 1901 \mu\text{m}$, $\omega_0 = 100.0 \mu\text{m}$, $\omega_{OR} = 200.0 \mu\text{m}$, $\lambda = \lambda_R = 0.6328 \mu\text{m}$.

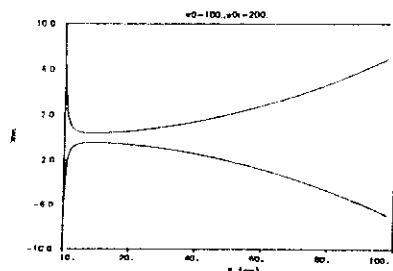


Figura 81. Representación de $\omega_H(z)$ en el caso $T_1(z) > T_2(z)$; zona de divergencia $z: 10.0 \text{ cm} \rightarrow 1 \text{ m}$, $\omega_0 = 100.0 \mu\text{m}$, $\omega_{OR} = 200.0 \mu\text{m}$, $\lambda = \lambda_R = 0.6328 \mu\text{m}$.

$$\omega_0 = 100.0 \text{ } \mu\text{m}, \quad \omega_{OR} = 200.0 \text{ } \mu\text{m} \text{ y } \lambda = \lambda_R = 0.6328 \text{ } \mu\text{m} \quad (\text{IV.53})$$

Se cumple la acotación para el cuadrado del perfil de anchura de la onda objeto. En la figura 82 se ha representado gráficamente el valor de σ :C.I.1 y Δ :C.I.2 y el valor de $-\omega_0^2$, obteniendo que el valor $\omega_0^2 = 10^4 \text{ } \mu\text{m}$ queda por encima de ambas cotas. En la figura 83 se puede observar que en la región de convexidad $\omega_x^2(z)$ ambas cotas quedan por debajo del valor $\omega_0^2 = 10^4 \text{ } \mu\text{m}$.

Para un valor de Z dado, por ejemplo, $Z=600.0 \text{ } \mu\text{m}$, la acotación se sigue cumpliendo para un gran intervalo de valores de ω_{ok} , preferiblemente para $\omega_{OR} > \omega_0$ (vease figura 84).

De esta forma, para pequeños valores de la variable longitudinal Z , siempre que el cuadrado de la anchura del cinturón para la onda objeto quede por encima de las cotas (IV.54) y (IV.55), el dispositivo actúa como conversor de frente, ya que se cumple la desigualdad (IV.52) y la función de $\omega_x^2(z)$ la anchura del haz adquiere curvatura convexa. El montaje experimental del corrector holográfico de frente gaussiano está diseñado en la figura 85. En el registro el haz que proviene de la fuente monocromática de longitud de onda λ se divide en dos haces mediante un separador. Cada haz incide en una máscara con un orificio más pequeño que el del haz de referencia. Las máscaras están posicionadas en una circunferencia a distancia Z del centro del holograma, de tal forma que la dirección de

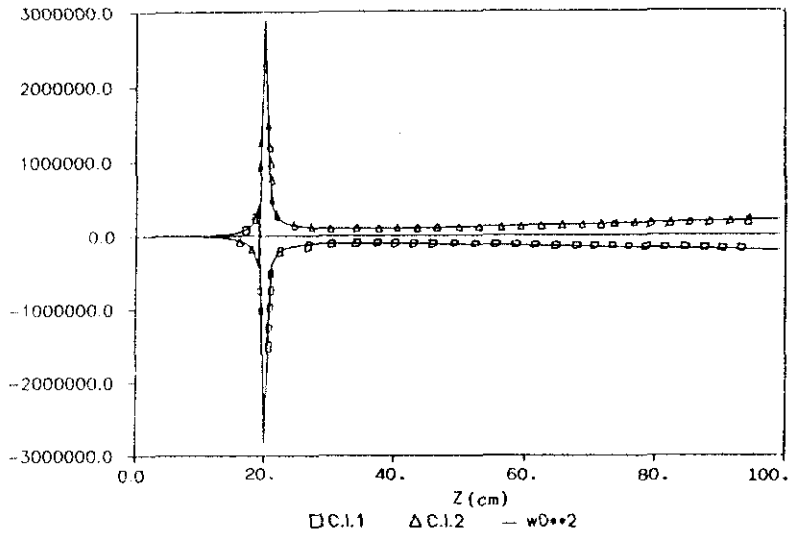


Figura 82. Representación gráfica de \square :C.I.1; Δ :C.I.2; $-:\omega_0^2=10^4 \mu\text{m}$, $\lambda=\lambda_R = 0.6328 \mu\text{m}$, $\omega_{\text{OR}} = 200.0 \mu\text{m}$, $z=0.0 \rightarrow 10^6.0 \mu\text{m}$.

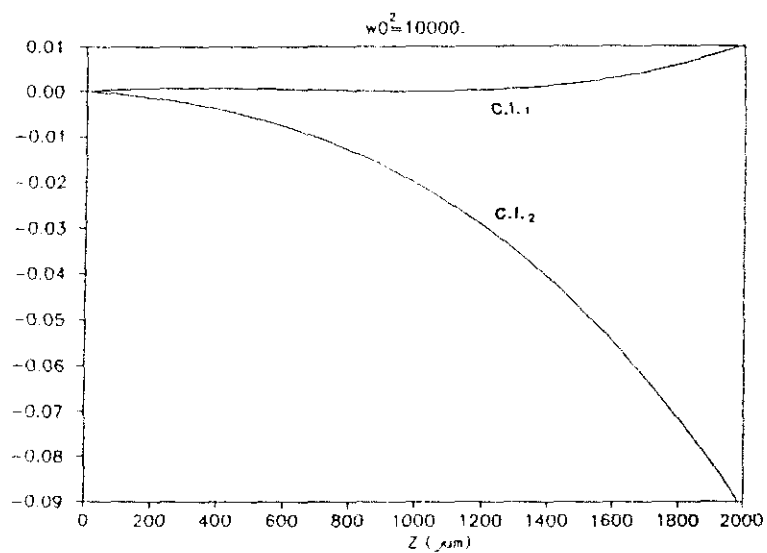


Figura 83. Representación gráfica de $w_0^2 = 104.0 \mu\text{m}$, C.I.1 y C.I.2 para $z: 0 \rightarrow 2000.0 \mu\text{m}$; $\lambda = \lambda_R = 0.6328 \mu\text{m}$, $w_{0R} \approx 200.0 \mu\text{m}$.

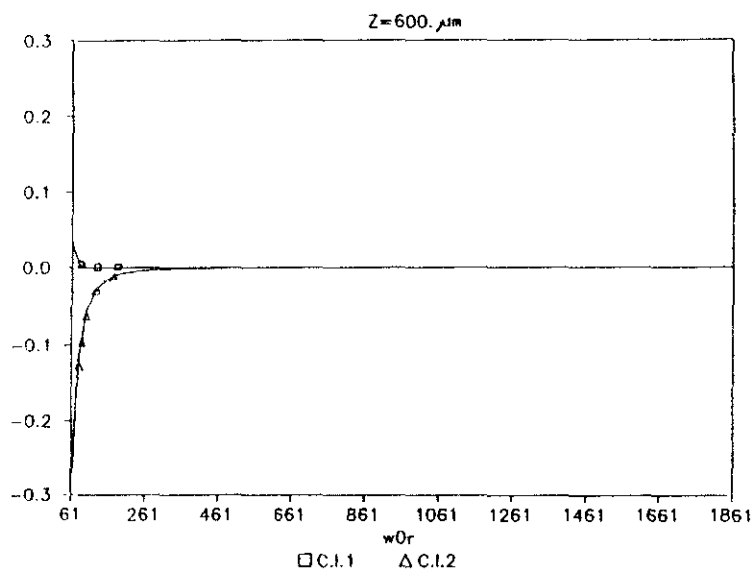


Figura 84. Representación gráfica de \square :C.I.1 y Δ :C.I.2 para $z = 600.0 \mu\text{m}$, en función de w_{0r} ; $w_0 = 100.0 \mu\text{m}$; $\lambda_R = 0.6328 \mu\text{m}$.

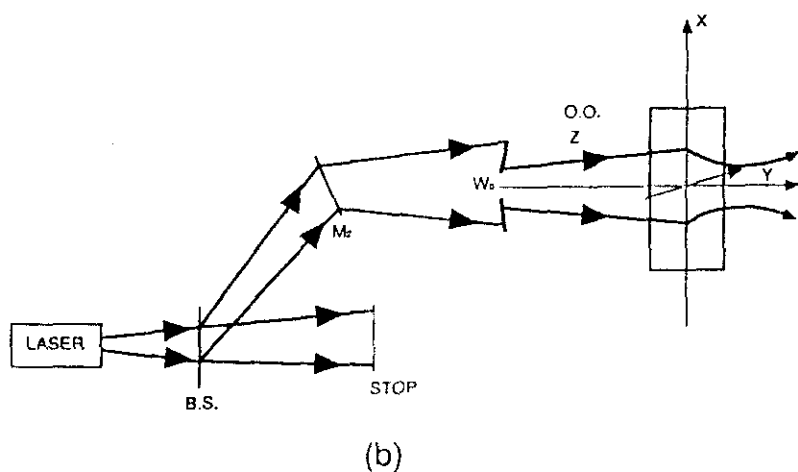
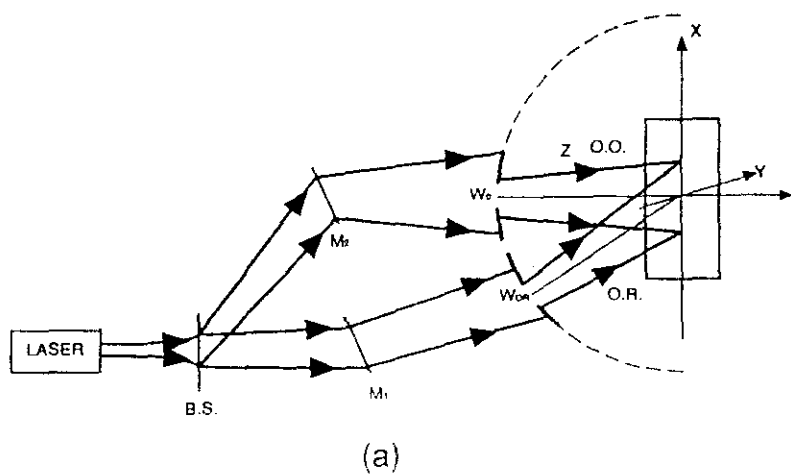


Figura 85. Corrector holográfico de frente gaussiano (a) Registro; (b) Reconstrucción.

incidencia de la onda objeto sea perpendicular al plano del holograma y la onda de referencia incida fuera de eje. La reconstrucción se realiza con el haz emergente de la máscara de orificio mas pequeño. Para conseguir que el dispositivo funcione como corrector holográfico de frente gaussiano, la distancia Z debe de ser pequeña. El holograma se comporta como una lente.

4.5.- ESTUDIO DE VARIACION DE LA DIVERGENCIA DEL HAZ TRANSMITIDO EN FUNCION DE LA DISTANCIA DE REPOSICIONAMIENTO DEL HOLOGRAMA.

En el dispositivo holográfico registrado con dos ondas gaussianas, cuando no se trabaja en la región de conversión de la geometría del haz, el campo emergente del holograma en la reconstrucción es divergente con la distancia. Si en lugar de mantener el holograma a la misma distancia de la fuente que en el registro $Z=Z'_R$, se reposiciona a una nueva distancia Z'' de la fuente, la divergencia del haz reconstruido varía en función de dicha distancia, y dependiendo, además, de las distancias al holograma de las fuentes en el registro. En este caso, el campo transmitido por el holograma reconstruido con la onda objeto es proporcional a los tres factores gaussianos introducidos por la onda objeto en el registro, la onda de referencia en el registro

$$e^{-\frac{r^2}{\omega^2(z_k)}} \quad \text{y la onda de reconstrucción} \quad e^{-\frac{r^2}{\omega^2(z'')}} :$$

$$U_T \approx e^{-\frac{r^2}{\omega^2(z'')}} - \frac{r^2}{\omega^2(z)} - \frac{r^2}{\omega^2(z_k)} \quad (\text{IV.58})$$

En la figura 86 se ha representado el esquema de reconstrucción en el caso de reposicionamiento del holograma a una distancia no nula de la fuente laser (figura 86 (a) y (b)) y a una distancia nula de la fuente de reconstrucción (figura 86 c).

4.5.1.- Distancia de reposicionamiento con respecto a la fuente de reconstrucción no nula.

Asumiendo :

$$Z = Z_R \quad (\text{IV.59})$$

es decir, las fuentes de registro están situadas a la misma distancia del holograma (ambos haces recorren el mismo camino óptico), el haz resultante de la reconstrucción es divergente con la distancia de reposicionamiento Z'' en la forma:

$$U_T \approx e^{-\frac{r^2}{\omega_H^2(z'')}} \quad (\text{IV.60})$$

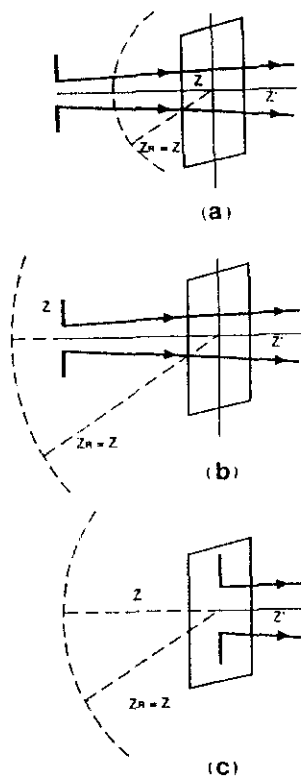


Figura 86. Reconstrucción del holograma registrado con dos ondas gaussianas fuera de la región de conversión de geometría del haz, (Fig. 87) reposicionando el holograma ; a) y b) a una distancia no nula de la fuente de reconstrucción, c) a una distancia nula de la fuente de reconstrucción.

Se define la función $\omega_n(z'')$ para realizar el análisis estimativo del campo emergente:

$$\omega_n^2(z'') = \frac{\omega^2(z'') \omega^2(z)}{\omega^2(z) + 2\omega^2(z'')} \quad (\text{IV.61})$$

Para una posición de registro $Z=Z_R=300.0 \mu\text{m}$ (véase figura 87a), la divergencia se reduce considerablemente con Z'' , aproximadamente el 94% (vease figura 87a); para una posición de registro $Z=Z_R=1600.0 \mu\text{m}$ (véase figura 87b) la divergencia con Z'' se reduce aproximadamente en el 88% (vease figura 87b) con respecto al valor inicial.

4.5.2.- Reconstrucción reposicionando el holograma a una distancia nula de la fuente laser.

En el caso de que el holograma se reposicione a una distancia nula de la fuente laser (equivalente a situar la fuente de reconstrucción en el plano del holograma), (véase figura 86c), la expresión para el campo transmitido U_T (IV.42) toma ahora la forma:

$$U_T \approx e^{-\frac{r^2}{\omega_0^2}} e^{-\frac{r^2}{\omega^2(z)}} e^{-\frac{r^2}{\omega^2(z_R)}} \quad (\text{IV.62})$$

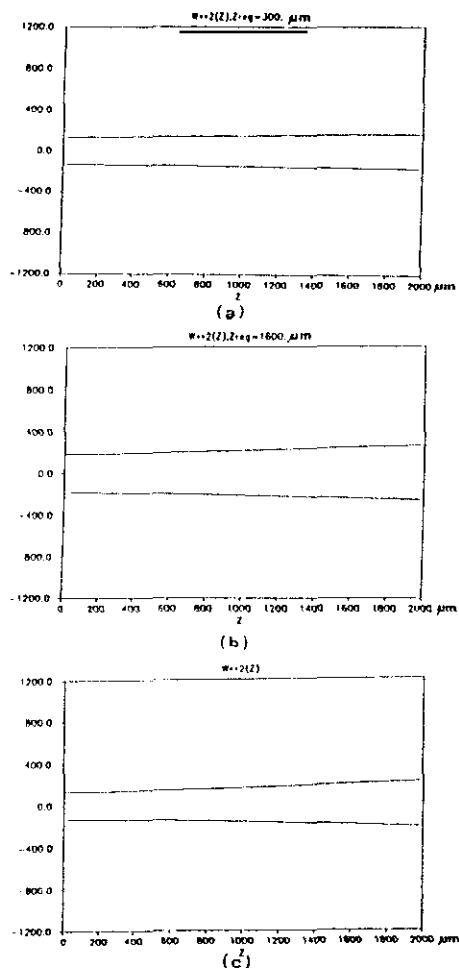


Figura 87. Divergencia del haz de reconstrucción en función del reposicionamiento del holograma

(a) para una distancia de registro $z = z_R = 300.0 \mu\text{m}$;

(b) para una distancia de registro $z = z_R = 1600.0 \mu\text{m}$;

(c) para incidencia de la onda de reconstrucción en el plano del holograma $\omega_0 = \omega_{OR} = 20.0 \mu\text{m}$; $\lambda = 0.8 \mu\text{m}$. $\lambda_R = 0.67 \mu\text{m}$.

Siendo ω_0^2 la anchura del perfil gaussiano para la onda objeto (utilizada como onda de reconstrucción) una constante, se puede definir la función $\omega_H(z)$ para caracterizar de forma aproximada el perfil del haz transmitido por el holograma:

$$\frac{1}{\omega_H^2} = \frac{1}{\omega^2(z_H)} + \frac{1}{\omega^2(z)} + \frac{1}{\omega_0^2} \quad (\text{IV.63})$$

Esta función presenta una reducción de la divergencia del 88% frente al campo de registro de la onda objeto (véase figura 87c).

De los casos estudiados, se observa que la divergencia del perfil del haz transmitido por el holograma minimiza cuando el registro se realiza a una pequeña distancia cerca del holograma (dentro de la zona de convergencia) y la reconstrucción se realiza con la onda objeto separando el holograma del laser. La reducción de la divergencia disminuye cuando z aumenta. Aunque no se observa una disminución muy drástica: 6% en 1.3 mm.

CAPITULO VREALIZACION EXPERIMENTAL DE UN ACOPLADOR HOLOGRAFICOPOR TRANSMISION5.- INTRODUCCION.

De acuerdo con los trabajos de O.D.D. Soares en la realización experimental de un acoplador holográfico, la alineación precisa del dispositivo es fundamental. Pequeñas desviaciones angulares en el sistema pueden dar lugar a una gran disminución de la eficiencia, aunque los desplazamientos laterales pequeños pueden ser permitidos [31],[38]. El problema consiste en saber con que precisión debe ser alineado o cuál es el límite de resolución del sistema (es decir, cual es el umbral mínimo de detección del dispositivo). Cuando se reconstruye un acoplador holográfico, si el campo de salida del holograma no está bien enfocado en la fibra se producen aberraciones. La configuración óptima para un acoplador holográfico, es un holograma fuera de eje, que se reconstruye con la señal emergente de la primera fibra en la dirección normal al holograma, evitando los problemas de desviaciones angulares en el enfoque a la segunda fibra. Dicha configuración se calcula considerando el holograma como una red de difracción, con paso o separación entre las franjas constante. Se estima la relación

existente entre el ángulo de incidencia del haz y el transmitido por la red con respecto a la normal del holograma, hallando el ángulo de incidencia que minimiza las variaciones del ángulo de salida del haz del holograma. Según la tesis de O.D.D. Soares [86], la configuración óptima se obtiene cuando el ángulo de incidencia del campo en el holograma tiene una inclinación de $\frac{\pi}{2}$ y el ángulo de salida del campo transmitido por el holograma es nulo, sistema equivalente a tener un holograma fuera de eje para minimizar las desviaciones angulares de enfoque a la segunda fibra. El registro se realiza con la señal de salida de la fibra en dirección perpendicular al plano del holograma como onda objeto y con la onda de referencia próxima a la dirección perpendicular al eje longitudinal del sistema. Así, el efecto de la variación angular en las frecuencias espaciales es más pequeño cuando el espectro no está centrado en el cero de las frecuencias, es decir, el holoacoplador no es simétrico con respecto al eje longitudinal del sistema Z, siendo la configuración de onda de referencia inclinada mas favorable que la configuración de señal de salida de la fibra inclinada, pero sí guarda simetría con respecto al eje vertical del plano del holograma X. Para ello, la onda de referencia utilizada en el registro del segundo holograma debe ser la conjugada de la onda de referencia utilizada en el registro del primer holograma, configuración que queda asegurada con la realización de un interferómetro triangular para obtener dos ondas de referencia

conjugadas, que, principalmente, en el caso de ondas planas de amplitud constante como ondas de referencia, minimizan los problemas de alineamiento transversal. Un error de desalineamiento en el haz de reconstrucción puede dar lugar a un error en el enfoque de la señal a la fibra, siendo mas pequeños los efectos producidos por errores angulares en el alineamiento en el caso de un interferómetro de pequeñas dimensiones que para el caso contrario. La configuración geométrica para que el interferómetro permanezca alineado es un triángulo; aún en este caso el interferómetro no es estable; variaciones en la temperatura ambiental de 10°C producen un desplazamiento en las piezas (debido a que un resorte se puede dilatar y contraer por variaciones de temperatura), y el problema se reduce a considerar cuáles son las variaciones en el ángulo y distancias permitidas, es decir, las tolerancias en el alineamiento, para que el sistema no quede desalineado, equivalente a saber cual debe ser la resolución de los tornillos para la medida del ángulo o el error angular permitido en la emisión de la señal [87].

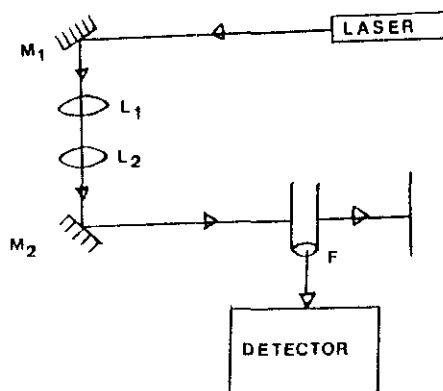
En este capítulo se describe el sistema de realización y alineamiento de un acoplador holográfico simple realizado por O.D.D. Soares et al. para estudiar el dispositivo que guarda simetría con respecto al eje vertical del plano del holograma Y, configuración básica para construir otros holoacopladores más complicados. También se ha analizado experimentalmente la señal

de salida de una fibra optica cuando es iluminada lateralmente, con una onda incidente en la direccíon perpendicular al eje longitudinal de la fibra.

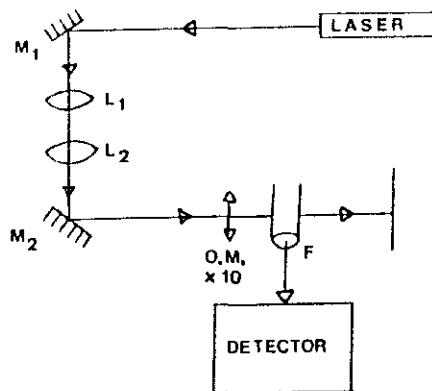
**5.1.- REGISTRO DE LA SEÑAL DE SALIDA DE UNA FIBRA OPTICA
ILUMINADA EN LA DIRECCION TRANSVERSAL AL EJE DE PROPAGACION**

Se hace incidir el haz emergente de un laser de He-Ne emitiendo en una longitud de onda $\lambda = 633 \text{ nm}$ en la direccíon perpendicular al eje longitudinal de una fibra monomodo de perfil parabólico de $50 \text{ }\mu\text{m}$ de radio de nucleo y $70 \text{ }\mu\text{m}$ de radio de capa externa. Se fotografió la seña! de salida de la fibra exponiendo una placa polaroid 55 durante un tiempo de exposicíon aproximado de 1 mn y un tiempo de revelado de 30 seg. También se observó la radiacíon emergente de la fibra en la direccíon de incidencia (forward).

Se estudió la incidencia de onda gaussiana colimada con dos lentes (L1) y (L2) (figura 88a) y haciendo incidir la misma seña! colimada en un objetivo da microscopio de aumento 10X para mejorar el enfoque a la fibra (figura 88b).



(a)



(b)

Figura 88. Esquema del montaje experimental para la detección de la señal de salida de una fibra óptica iluminada lateralmente.
 a) Incidencia de un frente colimado con dos lentes.
 b) Incidencia de un frente colimado con dos lentes y convergente a la fibra mediante un objetivo de microscopio de aumento 10X.

En la figura 89 se puede observar el montaje experimental utilizado para la iluminación lateral en fibra con un frente colimado con dos lentes (desarrollo del esquema de la figura 88a). En la figura 90 se puede observar el detalle de la incidencia transversal en fibra haciendo convergir la señal con un objetivo de microscopio de aumento 10X (figura 88b). En la figura 91a se observa el registro fotográfico de la señal de salida de la fibra óptica iluminada lateralmente con un frente colimado con dos lentes (figuras 88a y 89). En la figura 91b se observa el registro fotográfico de la señal de salida de la fibra óptica iluminada lateralmente con un frente colimado focalizado en la fibra mediante un objetivo de aumento 10X (figuras 88b y 90). En la figura 92 se observa la detección de la señal de salida de la fibra óptica iluminada lateralmente, mediante un osciloscopio conectado a un fotomultiplicador. La señal de la parte superior es la onda moduladora interna del fotomultiplicador. La señal de la parte inferior es la de salida de la fibra modulada por la señal interna del fotomultiplicador.

En el experimento realizado de iluminación transversal en fibra se observaron pérdidas en la dirección hacia atrás (recogidas en la pantalla de las figuras 89 y 90). El objetivo del mismo no fue realizar un estudio cuantitativo de las pérdidas sino obtener la señal de salida que ha sido guiada por la fibra, que muestra que en el desarrollo teórico utilizado se ha trabajado con señal. No obstante, para la realización

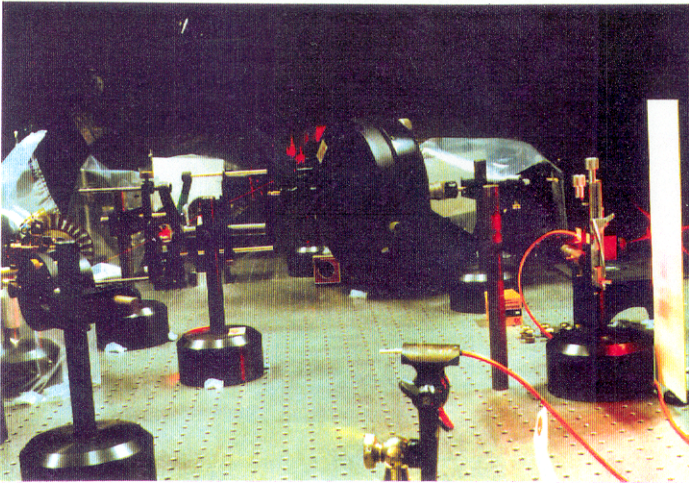


Figura 89. Montaje experimental utilizado para la iluminación lateral en fibra con un frente colimado con dos lentes.

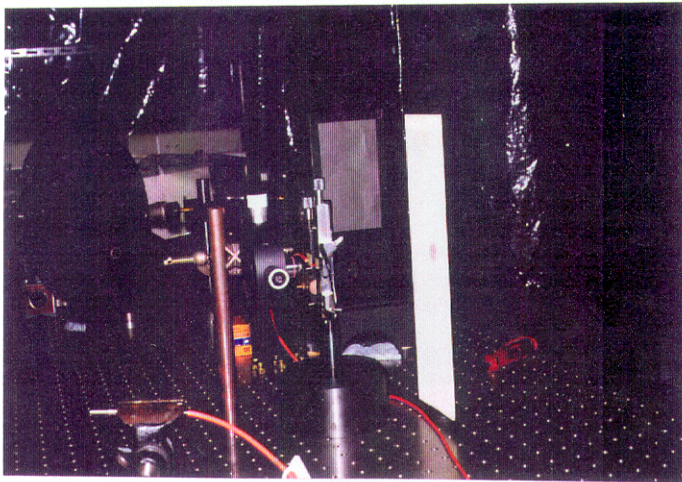


Figura 90. Detalle de la incidencia transversal en fibra haciendo convergir la señal con un objetivo de microscopio.

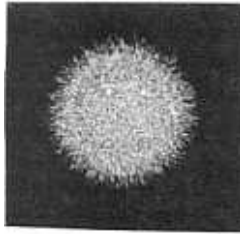


Figura 91 a. Registro fotográfico de la señal de salida de una fibra óptica iluminada lateralmente con: a) un frente colimado

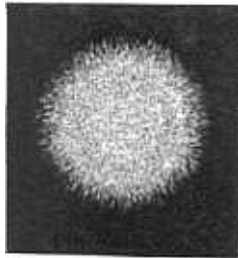


Figura 91 b. Registro fotográfico de la señal de salida de una fibra óptica iluminada lateralmente con: b) un frente colimado focalizado en la fibra mediante un objetivo de aumento fox.

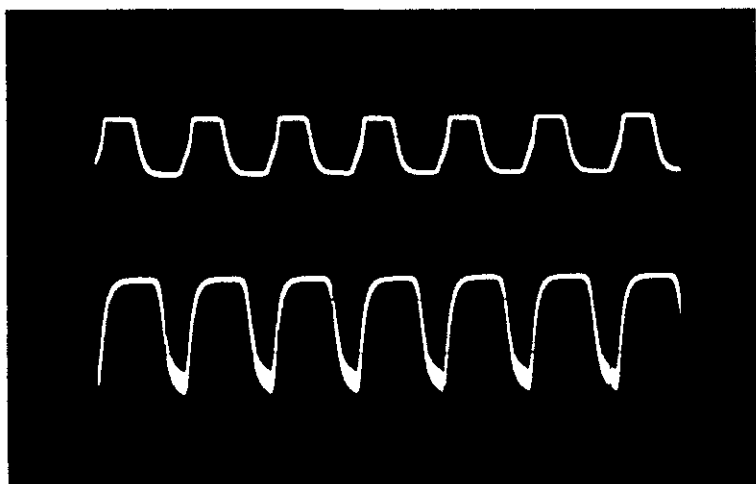


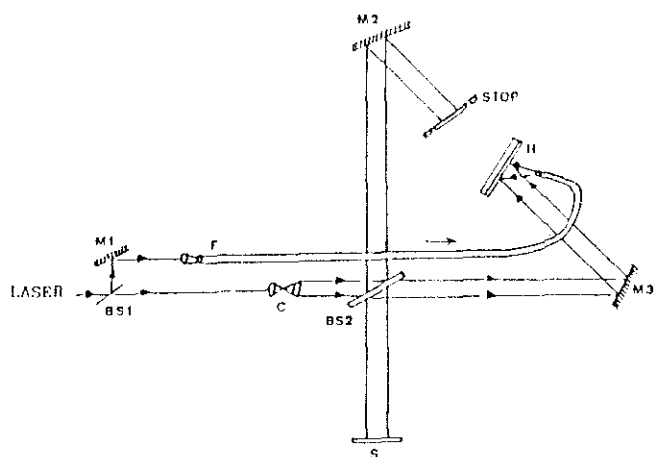
Figura 92. Detección de la señal de salida de una fibra óptica iluminada lateralmente con el osciloscopio conectado a un fotomultiplicador (señal de nuevo más aguda en la parte inferior).

La señal de la parte superior corresponde a la señal de referencia interna del fotomultiplicador.

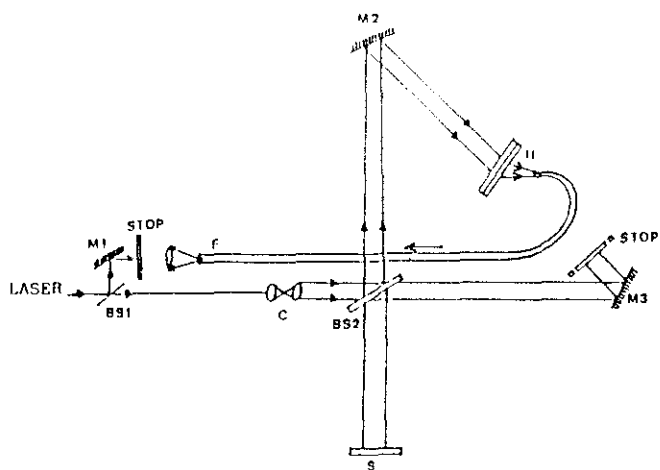
práctica de un acoplador holográfico se ilumina la fibra en la dirección longitudinal minimizando las pérdidas de radiación emitida por la fuente. Si bien, con este montaje no se describe la condición de acoplo con la intervención de los parámetros de la fibra, como en el caso de iluminación lateral.

5.2.- DESCRIPCION DEL SISTEMA DE ALINEAMIENTO DE UN ACOPLADOR HOLOGRAFICO CONVENCIONAL.

En esta sección se describe el sistema utilizado por O.D.D. Soares et al. para la realización de un acoplador holográfico simple, que puede funcionar tanto por transmisión como por reflexión, para estudiar las tolerancias permitidas por el sistema que guarda simetría con respecto al eje vertical del plano X. En la figura 93 se describe el montaje interferométrico para analizar el acoplo por transmisión. La salida del laser se colima (C) para evitar efectos de divergencia del haz. Antes de colimar es necesario separar el haz para la entrada de señal en la fibra con un beamsplitter (BS_1) rotatorio de intensidad variable para obtener la relación en intensidades entre la onda objeto y la onda de referencia adecuadas al material de registro. El sistema se utiliza para acoplar a fibras de pequeño diámetro. El haz que va a trabajar como onda de referencia se colima (C) y después se separa en otros dos haces para construir el interferómetro triangular que garantiza la obtención del par de ondas planas conjugadas mediante un beamsplitter (BS_2).



(a)



(b)

Figura 93. Acoplador holográfico por transmisión.
a) Registro; b) reconstrucción.

Después de tener los dos haces de la onda de referencia separados, se reflejan cada uno en un espejo (M_2 y M_3) de manera que los dos haces van a interferir en una lámina de cristal transparente situada en el posicionador donde después va a estar la placa holográfica (H). La seguridad de que los haces interfieren con la máxima resolución la da el alineamiento del interferómetro (una pequeña desviación de un haz con respecto a otro puede disminuir en gran manera el acoplo). Después de que el interferómetro esté alineado con la máxima precisión, se registra el holograma con uno de los dos haces de referencia y la señal de salida de la fibra. Si la reconstrucción en este dispositivo básico se realiza con la onda de referencia conjugada, se tiene un holoacoplador funcionando por transmisión; si se realiza con la onda de referencia se tiene un holoacoplador funcionando por reflexión (Fig 94). La señal emergente del holograma incide de nuevo en la fibra (F) de donde se obtiene la señal de acoplo. El dispositivo se puede complicar para realizar un holoacoplador compuesto con dos o más fibras o lentes GRIN. A continuación se describe el sistema de alineamiento del interferómetro triangular:

Los dos haces (la onda de referencia y la conjugada) se deben superponer, en el camino de ida de la placa de cristal (H) y en el camino de vuelta en los espejos (M_1 y M_2). Primero se consigue una configuración de trayectoria de rayo triangular con uno sólo de los dos haces. Moviendo el otro espejo se alinea el

otro haz hasta lograr la máxima coincidencia en los spots. Después se mueven ambos espejos con pequeñas desviaciones hasta que esté conseguido el interferómetro: Los haces se deben superponer en los espejos, en la placa de cristal y en cualquier lugar intermedio entre la placa y uno cualquiera de los espejos (se puede utilizar una pantalla auxiliar en la que los spots de ambos haces deben ser coincidentes). Con este método, el interferómetro está construido pero no alineado. El paso de luz a través de aberturas circulares de pequeño diámetro da lugar una figura de difracción de Airy. Para conseguir la máxima precisión en el alineamiento, se utilizan pantallas auxiliares (S_1 y S_2) y dos iris (I_1 e I_2) en los cuales se pueden ver los anillos (vease figura 95). En el camino de ida y en el de vuelta, los anillos deben estar centrados. Una vez que se han situado los espejos (M_1 y M_2), se posicionan en la mesa (con blue-tack); moviendo los tornillos de rotación de los espejos, se deben conseguir franjas de interferencia en una dirección (en la pantalla auxiliar S_1), que poco a poco van desapareciendo hasta conseguir un círculo en el centro de los anillos sin interferencias alrededor (vease figura 96a). Los caminos ópticos recorridos por la onda de referencia y la onda objeto hasta interferir en el holograma deben ser los mismos, y el diseño se debe realizar según el área útil de trabajo. Para tener en cuenta la variación de velocidad de la luz en la fibra, se debe multiplicar la distancia de luz recorrida en la fibra por el

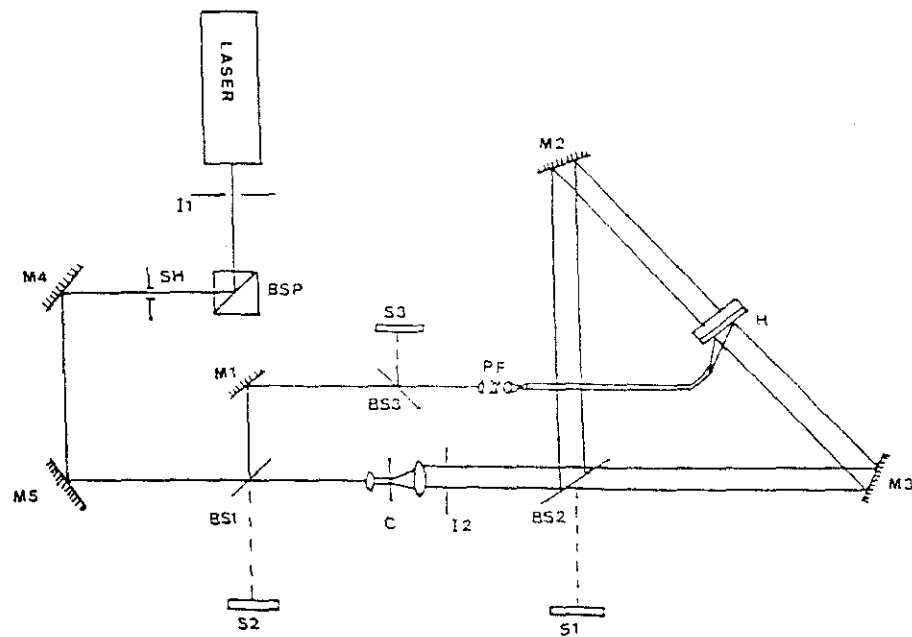
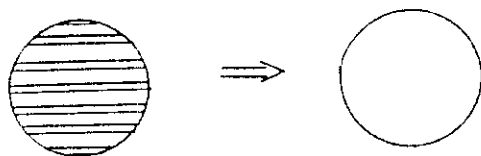


Figura 95. Montaje básico de un acoplador holográfico.



(a)



(b)

Figura 96. Alineamiento del interferómetro.

a) Alineamiento ideal en la pantalla S1.

b) De una mancha de Airy con un desalineamiento del orden de 0.1 mrad. Se pasa a mejor alineamiento con un grado de colinealidad de los rayos mayor que 0.1 mm.

índice de refracción de la misma, para calcular el camino óptico recorrido por la onda. Colocando un pinhole a la salida del colimador (C) y antes de la entrada en la fibra, se evitan efectos de borde y de divergencia, y colocando una lente (L) antes de la pantalla auxiliar, se aumenta la imagen de las franjas de interferencia (véase figura 95). La precisión en el sistema de alineamiento debe ser de errores menores de 0,1 mrad. Para ello, se refuerza el sistema de alineamiento, intercalando un objetivo de microscopio de aumento 30x entre el pinhole y el colimador, y utilizando dos patallas auxiliares (S_1 y S_2) y dos iris (I_1 e I_2), aunque también se pueden utilizar pantallas auxiliares con un orificio en el centro del tamaño del iris mientras éste permanece con la mínima abertura para ver mejor los anillos. Con el iris en la mínima abertura:

Se deben tener anillos en I_1 , I_2 y S_2 . Dos spots en S_1 rodeados de anillos. Se mueven con cuidado los espejos hasta que los dos spots en S_2 coinciden; al mismo tiempo, los dos patrones de difracción en I_1 , I_2 , y S_2 deben estar centrados; en S_1 no deben de aparecer franjas de interferencias. Abrir los anillos que están centrados alrededor del spot en S_1 ; abrir el anillo central al máximo de manera que el spot tenga espacio alrededor. Abrir el iris y ver si el interferómetro está alineado. En S_2 debe aparecer la mancha de Airy (máximo principal de difracción rodeado de anillos), sin ninguna franja alrededor. Si hay alguna, intentar suprimirla y volver a repetir el proceso

comenzando con el iris a la mínima abertura (véase figura 96 b).

Para evitar el ruido de acoplo entre los distintos modos propagados en una fibra, y los efectos de desalineamiento producidos por las variaciones del estado de polarización de la señal en el interior de la fibra, se utiliza fibra comercializada que conserva el estado de polarización de la onda incidente. Se hace incidir en la fibra luz linealmente polarizada, para lo cual se intercala un beamsplitter polarizador a la salida del laser (BSP) que anula una de las componentes, obteniendo un haz con polarización lineal. El colimador (C) esta montado sobre un soporte con rotación alrededor de sus ejes, y el extremo inicial de la fibra (F) se monta en un objetivo de microscopio y un soporte comercializado para fibras, y el otro extremo en un soporte para fibra. La fibra debe estar perfectamente pulida en los extremos para evitar efectos de rugosidad y borde en la señal de salida no deseados. Para alinear la fibra con incidencia de luz en la dirección del eje logitudinal de la misma (evitando pérdida de señal) se procede de la siguiente forma:

a) Se situa un iris auxiliar I antes del posicionador y un beamsplitter auxiliar con una pantalla enfrente (S1) (Fig 97). En el iris deben aparecer los patrones de Airy centrados. Se debe obtener luz a la salida de la fibra separándola del objetivo. b) Se va acercando la fibra al objetivo y se gradúa hasta obtener un máximo de luz en la pantalla. La intensidad a

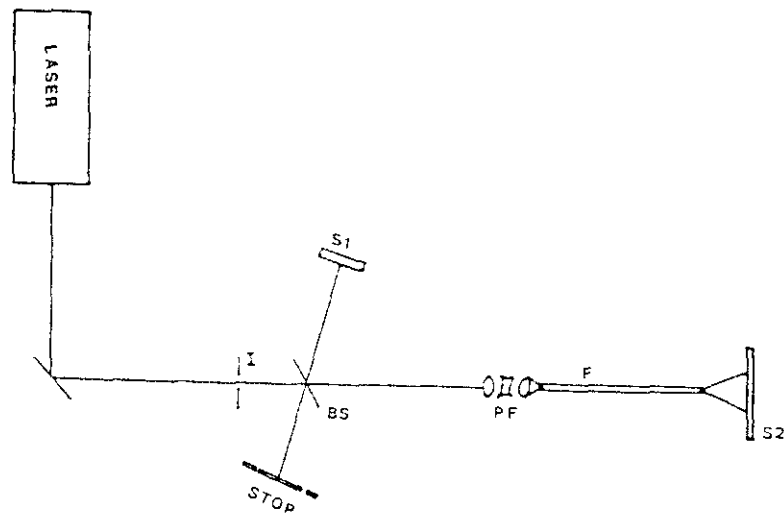


Figura 97. Sistema de alineamiento de fibra con incidencia de luz en la dirección longitudinal al eje de propagación de la misma.

la salida de la fibra debe ser máxima (se comprueba realizando medidas). El objetivo de microscopio, además de aumentar la señal, sirve para guardar la horizontalidad del haz.

En los alineamientos también se pueden utilizar miras (vidrios transparentes) situados a la entrada del instrumento óptico; los spots de los haces de ida y vuelta deben coincidir.

Teniendo en cuenta que el camino óptico recorrido por las dos ondas (onda objeto y onda de referencia) sea el adecuado al material de registro holográfico, el diseño final para el holoacoplador es el representado en la Figura 95.

Después de registrar el holograma y reconstruir el sistema, para la detección de la señal de acopio de salida de la fibra, se realiza con un fotomultiplicador utilizando la técnica de lock-in para amplificación de señal (véase figura 98). Esta técnica se utiliza para detectar y medir señales AC muy pequeñas. Un amplificador de lock-in puede medir señales incluso cuando están oscurecidas por fuentes de ruido que pueden ser mucho más intensas. Esencialmente, consiste en un filtro con una anchura de banda arbitrariamente pequeña que cambia a la frecuencia de la señal, eliminando el ruido. También produce ganancia. Esta técnica requiere que el experimento sea excitado con una frecuencia fija en una parte de relativamente bajo ruido. El lock-in detecta la respuesta del experimento en una anchura de banda muy estrecha de la frecuencia de excitación.

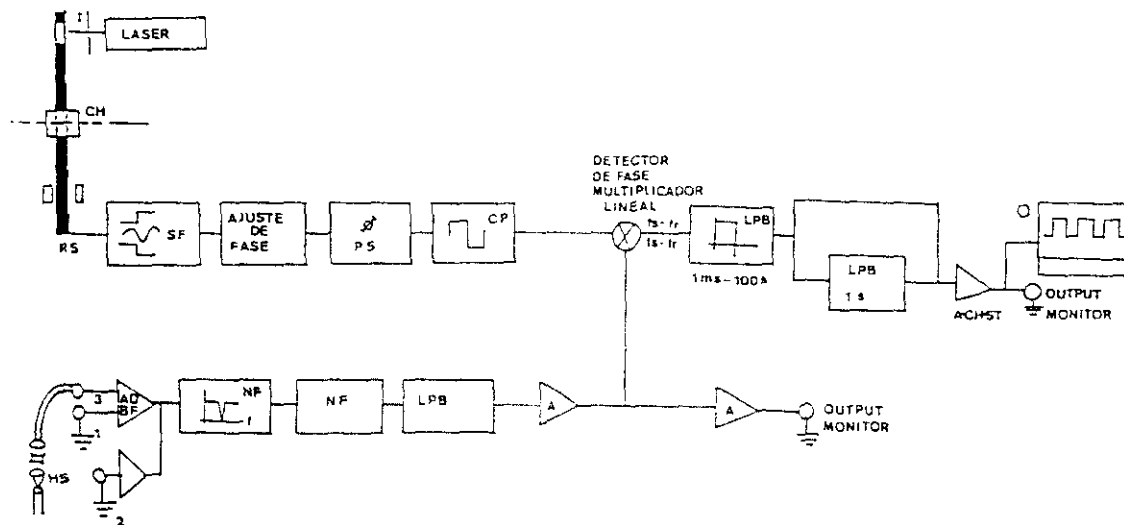


Figura 98. Fotomultiplicador como sistema de detección de la señal acoplada. El fotomultiplicador compone la señal detectada con una onda de referencia interna (en el dibujo, de pulso cuadrado).

Al lock-in entran dos señales:

a) una señal de referencia para llevar al lock-in a la frecuencia exacta de la señal de interés.

b) La señal a medir que pasa por los circuitos PLL (phase-lock loop).

En la figura 92 se observa la detección de la señal de salida de una fibra óptica acoplada holográficamente. La señal de la parte superior es la señal de referencia interna del fotomultiplicador. La señal de la parte inferior es la que se registra en la salida de la fibra.

Si W_r es la frecuencia de la señal de referencia, el PLL ajusta la fase a una salida de $\cos(W_r t + \phi)$. La referencia suele ser amplificada y después pasa junto con la señal de salida del PLL a un detector de fase lineal: Multiplicador lineal que mezcla la señal filtrada y amplificada con la referencia sinusoidal. Es un detector por comparación. Salen dos componentes $f_s - f_r$ y $f_s + f_r$. La componente en diferencia de frecuencias es proporcional a la amplitud de la señal. La señal de salida pasa entonces al filtro de lock-in (filtro pasa bajo) a un amplificador y finalmente se tiene la señal de salida. (véase figura 98).

Dónde:

Chopper: Corrector de frecuencias

Entradas al amplificador diferencial: 1 voltaje - 100 M

2 corriente (tierra
virtual)

3 La señal a detectar

Ajuste de fase PLL : Ajusta a un pulso de ondas o pulsos
lógicos sin ningún error en la fase

Phase Shifter: Desviador de fase

Notch filter :Filtro de minimos (el primero elimina 50 dB
de la linea de frecuencia; el segundo elimina
50 dB del segundo armónico).

Filtro pasa-bajo:Descarta componentes en frecuencia que
difieren en mas de una fracción de hertzio
de la frecuencia de la señal.

Desde el panel frontal se pueden controlar los filtros y la
entrada de señal. Se utiliza como referencia una señal
cuadrada.Se deben ajustar los filtros para detectar la señal de
holocoupling.

Se intercala un filtro antes de llegar al beam-splitter
variable rotacional para eliminar posibles problemas de ruido en
la detección:

El filtro es de densidad variable y se debe calibrar. Se
debe elegir primero el nivel de referencia (el cero), p. ej.,con
desviación angular en la placa (o variación del diámetro del haz
de reconstrucción). Se elige el filtro correspondiente a este
nivel y se introduce en el sistema. Dado que la técnica de
lock-in es capaz de detectar señales débiles, detecta tambien un

ruido proveniente de scatterig de luz no deseada, a eliminar mediante este método (el ruido se observa ampliando la señal de salida con el osciloscopio).

El osciloscopio se utiliza como instrumento auxiliar al aparato de medida. Se puede comparar la señal de salida con la referencia, situando la señal que se quiere detectar en el cero de la referencia desde el panel frontal. A partir de aquí se comienza a medir, controlando el factor de multiplicación y de tiempo (dependiendo de la frecuencia de pulso de referencia), y los filtros de mínimo y de pasa-bajo.

La configuración final del holoacoplador funcionando por transmisión con el sistema de detección de la señal acoplada, se representa en la Figura 99.

Con este método de alineamiento se asegura una eficiencia de difracción suficientemente alta ($\approx 40\% - 70\%$), para materiales de registro convencionales Soares et al. [31] obtuvieron mediante este método de alineamiento una eficiencia de acoplo del adende 70% . Calvo et al. [74] han probado que las gelatinas dicromatadas producen eficiencias más optimizadas. Soares et al. [31] obtuvieron mediante este método de alineamiento una eficiencia de acoplo del orden de 70% . Las posibles prestaciones que puedan ofrecer estos dispositivos como interconectores ópticos en los circuitos de óptica integrada, como multiplexores, dependerá en gran medida, de la mejora en el diseño y técnica utilizada en su fabricación.

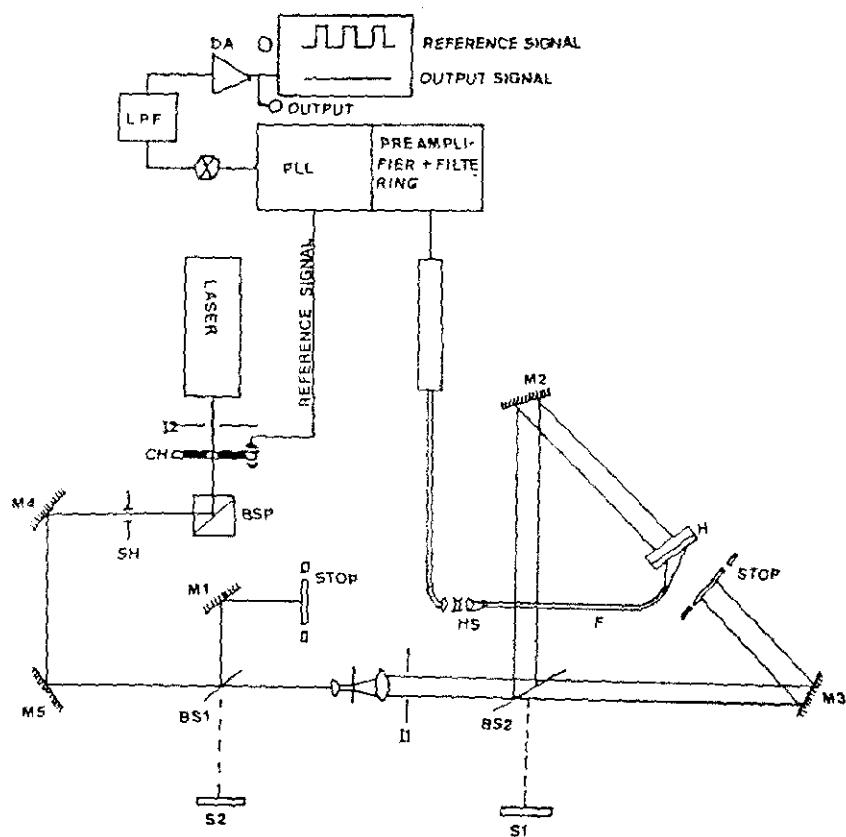


Figura 99. Configuración experimental de un acoplador holográfico funcionando por transmisión con el sistema de detección de señal.

Notación utilizada en los esquemas:

BS: Beam-splitter
M: espejo
PF: Posicionador fibra
F: Fibra
S: Pantalla
H: Holograma
C: Objetivo microscopio colimador
I: Iris
L: Lente
Sh: Shutter
O: Osciloscopio
DA: Amplificador diferencial
PLL: Phase - lock loop
LPF: Filtro pasa - bajo
Ch: Chopper
BSP: Beam - splitter polarizador
HS: Señal de Holocoupling
RS: Señal referencia
SF: Selector de frecuencia
PH: Phase shifter
CP: Convertidor de pulso
A: Amplificador
CH: Choper
NF: Notch Filter
ADBF: Amplificador diferencial de bajo ruido

5.3. POSIBLES APLICACIONES A SISTEMAS PARTICULARES:

ANALISIS HOLOGRAFICO DEL MOVIMIENTO PARA DIAGNOSTICO MEDICO

El estudio de estructuras vibrantes (tales como el movimiento de organos o membranas), y el análisis de deformaciones (tales como las producidas por parálisis, roturas, implantación de prótesis o cáncer) se ha llevado a cabo durante los últimos años utilizando técnicas interferométricas holográficas [88]-[93]. Cuando el objeto se mueve periódicamente, el tiempo de exposición en el registro holográfico es mucho mayor que el periodo del movimiento del objeto, de forma que sólo las posiciones extremas se superponen y contribuyen al patrón de franjas. Esta es la llamada técnica holográfica de promedio en el tiempo. Cuando el movimiento no es periódico, el análisis se puede llevar a cabo mediante dos técnicas:

i) Técnica holográfica de tiempo real. Se utiliza un registro holográfico simple de un estado de movimiento particular (normalmente la posición de descanso) como posición de referencia. La reconstrucción del holograma de referencia se realiza con el frente de onda reflejado desde el objeto, durante un tiempo en el que se ha producido una deformación como consecuencia de la vibración.

ii) Holografía de doble exposición (como caso particular de

la exposición múltiple, en la que dos estados de movimiento del objeto se superponen selectivamente que también se puede utilizar para el análisis de movimientos periódicos [92]-[93].

El análisis de deformación holográfico se ha utilizado en investigaciones biomecánicas del sistema locomotor humano y para determinar la influencia de cargas no fisiológicas (como las que se producen después de la implantación de prótesis o fijación de placas después de las fracturas [88]-[92]). Estas técnicas pueden ser combinadas con un sistema electrónico de T.V. y vídeo para aumentar la capacidad de almacenamiento de datos y memoria [88]-[89].

Cuando se quiere realizar estudios de intracavidades, la metrología, especialmente la interferometría holográfica, se combina con la endoscopia dando lugar al desarrollo de instrumentos en los que se utiliza la microóptica para realizar medidas no destructivas y de alta resolución. Esta técnica se utiliza para realizar un diagnóstico cuantitativo de las cavidades del cuerpo, pudiendo ampliar el análisis al estudio de deformaciones y situaciones de los objetos que no se pueden detectar por una inspección visual. Así como al análisis de la elasticidad local del área del objeto bajo estudio y de los cambios de estructura, incluso debajo de la superficie del objeto visible endoscópicamente, por medida holográfica de las diferencias de elasticidad local [96].

El registro del holograma endoscópico se puede realizar de

dos formas [96]-[99]:

i) Dentro del instrumento endoscópico. Este dispositivo requiere insertar un pequeño montaje en el extremo del instrumento que es introducido en la cavidad para realizar el registro. Las ondas de registro se guían mediante un cable de fibra y el holograma se registra por reflexión, se forma que la placa holográfica se debe posicionar lo más cerca posible del tejido. El holograma se puede reconstruir con luz blanca y se pueden tomar diferentes perspectivas de la cavidad.

ii) Fuera del dispositivo endoscópico. La placa holográfica se encuentra fuera del endoscopio y la onda de referencia no se propaga a través del endoscopio, sino que ilumina directamente la placa holográfica. El sistema total está compuesto por el endoscopio y el sistema de imagen holográfico. La onda objeto que proviene del endoscopio se hace incidir en un espejo parcialmente reflectante, de forma que parte del haz incide en el holograma para realizar el registro y otra parte del haz se desvía al observador. De esta manera se puede observar el objeto y registrar el holograma simultáneamente. Esta técnica ha sido utilizada para analizar las vibraciones de la membrana del tímpano, el tubo de Falopio y el estómago [96]-[98].

La endoscopia holográfica necesita de elementos microópticos de alta resolución como pueden ser cables de fibra óptica o lentes GRIN [96]-[99]. Dado que un acoplador holográfico se puede utilizar como conector holográfico entre

señales con distinta geometría de frente, se podría aplicar para:

i) Conducir la información recogida en el holograma a través de fibra óptica y así asignar un sistema de transmisión de señal y comunicación [100].

ii) Utilizarlo como sistema de conexión entre fibra y lente GRIN para evitar pérdidas de acoplo cuando en el sistema se utilizan ambas para conducir la señal que ilumina el objeto [96]. Estas posibles aplicaciones del acoplador holográfico al sistema de endoscopia puede mejorar la eficiencia del dispositivo al disminuir la pérdida de señal utilizada con la iluminación, y puede ser de gran utilidad para el análisis por computador de los datos recogidos con el sistema holográfico. El sistema de transmisión de señal y comunicación podría también utilizarse en los macrosistemas holográficos de análisis de vibraciones, movimientos y deformaciones para la transmisión de datos al computador.

CONCLUSIONES

- Se ha realizado un estudio del acoplo que se produce entre dos fibras cuando se registran dos hologramas tomando como onda objeto la señal de scattering de una onda TM producida por una fibra, en aproximación eikonal.

- Se ha llevado a cabo un estudio puntual en función de los ejes transversales de la sección de la fibra, cuando el registro se realiza mediante la técnica de proyección de imagen real, con dos ondas de referencia planas conjugadas obteniendo una situación crítica para el acoplo.

- Se ha extendido el tratamiento del registro con dos imágenes (real y virtual) formadas por el segundo holograma, analizando la condición de acoplo para el sistema.

- Aplicando el Análisis de Fourier se demuestra que el dispositivo funciona linealmente.

- Se ha analizado el sistema acoplado entre dos lentes GRIN, cuando la onda objeto para registrar los hologramas es el campo de scattering de una onda TM producido por una lente GRIN. El estudio muestra que se obtiene una situación crítica de acoplo, aunque mejorada con respecto al sistema de dos fibras.

- Se ha extendido el trabajo a señal de referencia gaussiana. Se demuestra que las condiciones de normalización, impuestas sobre la onda de referencia para el caso del acoplador

con una sola imagen, sólo se pueden aplicar para el caso de onda plana. No obstante, el acoplo sigue siendo posible, tanto entre dos fibras como cuando se utiliza para acoplar a una lente GRIN. Este fenómeno se debe a que el holograma funciona como una lente.

- Se ha comprobado experimentalmente que se obtiene señal de salida guiada por la fibra cuando se ilumina transversalmente por lo que el estudio teórico es válido. Si bien, las pérdidas producidas en la dirección hacia atrás son importantes.

- Se han descrito las condiciones de alineamiento del dispositivo experimentalmente comprobando las predicciones del análisis teórico.

BIBLIOGRAFIA

- [1] M.L. Calvo, Guías de onda ópticas. Anales de Física, Serie B, vol. 78, 93-120, (1982).
- [2] A. W. Snyder and John D. Love, *Optical Waveguide Theory*, Ed. Chapman and Hall, 1983.
- [3] W. Eickhoff and E. Brinkmeyer, Scattering loss vs polarization holding ability of single-mode fibers. *Applied Optics*, vols. 23, no. 8, 1131-1132, (1984).
- [4] R.F. Alvarez-Estrada and M.L. Calvo, Single-mode anisotropic cylindrical dielectric waveguides. *Optica Acta*, vol. 30, no. 4, 481-503, (1983).
- [5] G.L. Yip and H.H. Yao, Numerical study of radially inhomogeneous optical fibers using a predictor-corrector method. *Applied Optics*, vol. 21, no. 23, 4308-4315, (1982).
- [6] R.F. Cordero Iannarella, Transversally incident beam wave scattering from inhomogeneous fibers. *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 70, no. 7, 799-804, (1980).
- [7] E. G. Rawson, Analysis of Scattering from fiber waveguides with Irregular Core Surfaces, *Applied Optics*, vol. 13, no. 10, 2370-2377, (1971).
- [8] D.H. Smithgall, Light scattering model for the determination of fiber location in silicone coatings. *Applied Optics*, vol. 21, no. 7, 1326-1331, (1982).
- [9] D. Marcuse, Light scattering from Elliptical Fibers. *Applied Optics*, vol. 13, no. 8, 1903-1905, (1974).

- [10] D. Marcuse, Radiation loss of a helically deformed optical fiber. J. Opt. Soc. Am. vol. 66, no. 10, 1025-1031, (1976).
- [11] C.T. Chang and D.C. Auth, Radiation characteristics of a tapered cylindrical optical fiber. J. Opt. Soc. Am., vol. 68, no. 9, 1191-1201, (1978).
- [12] D. Marcuse, *Light Transmission Optics*, Bell Laboratories Series, 1972.
- [13] S.E. Schacham, M.E. Marhic, C. Kot and M. Epstein, Coupling of rigid to flexible imaging multifibers, Applied Optics, vol. 17, no. 23, 3818-3821, (1978).
- [14] A.Z. Solomin and N.G. Alexopoulos, Improvement of the coupling efficiency between LEDs and Optical fibers, Applied Optics, vol. 18, no. 12, 2062-2067, (1979).
- [15] J. C. Palais, Fiber Coupling using graded-index rod lenses. Applied Optics, vol. 19, no. 12, 2011-2018, (1980).
- [16] R. Ulrich and S.C. Rashleigh, Beam-to-fiber Coupling with low standing wave ratio, Applied Optics, vol. 19, no. 14, 2453-2456, (1980).
- [17] K. Miyazaki, M. Honda, T. Kudo, and Y. Kawamura, Theoretical and Experimental Considerations of Optical Fiber Connector. Fujitsu Laboratories LTD. 1015 Kamiodanaka Nakaharaku Kawasaki 211, Japan, WA4-1-WA4-4.
- [18] O.D.D. Soares, C. Liegeois, G.C. Righini, Holographic Interconnections, Proc. SPIE, vol. 862, 107-114, (1987).

- [19] M.L. Calvo and L. De Pedraza, Phase profile determination for a Holoacoplador/GRIN Medium system. *Optical Interconnections and Network*, H. Bartelt Ed., Proc. SPIE, vol. 1281, 222-226, (1990).
- [20] Toshihiko Yoshino, Toshihiro Kubota, and T. Osa, Holographic complex for monomode fiber. *Applied Optics*, Vol. 22, no. 12, 1800-1801, (1983).
- [21] J.T. La Macchia and D.L. White, Coded Multiple Exposure Holograms. *Applied Optics*, vol. 7, no. 1, 91-94, (1968).
- [22] J.T. LaMacchia and C.J. Cincelette, Comparison of the Diffraction Efficiency of Multiple Exposure and Single Exposure Holograms. *Applied Optics*, vol. 7, no. 9, 1857-1858, (1968).
- [23] H. Akahori and K. Sakurai, Information Search using Superimposed Holograms. *Applied Optics*, vol. 10, no. 3, 665-666, (1971).
- [24] K. M. Johnson, L. Hesselink, and J. W. Goodman, Holographic reciprocity Law failure. *Applied Optics*, vol. 23, no. 2, 218-227, (1987).
- [25] Sean J.A. Conture and R.A. Lessard, Inteference fringes arising from strong coupling in multiple exposure thick absortion holographic gratings. *Can. J. Phys.* vol. 62, 92-96, (1983).
- [26] H. Kogelnik, Coupled Wave Theory for Thick Hologram Gratings. *The Bell System Technical Journal*, vol. 48, no. 9, 2909-3945, (1969).
- [27] L. Solymar and D.J. Cooke, *Volume Holography and Volume Gratings*, Academic Press, London, 1981.

- [28] L. De Pedraza and M.L. Calvo, Non Linear Effects in the Holographic Register: an Improved Alternative to Kozma's Model, *Optik*, 72, 43-49 (1986).
- [29] E.A. Ash, E. Seaford, O.D.D. Soares and K.S. Pennington, *Holographic Coupler for integrated optics*, *Appl. Phys. Lett.* 24, 207-208, (1974).
- [30] H. Nishihara, S. Inohara, T. Suhara and J. Koyama, Holocoupler: A novel coupler for optical circuits, *IEEE J. Quant. Ele.* QE-11, 794-796, (1975).
- [31] O.D.D. Soares, A.M.P.P. Leite and E. Ash, Holographic elements for practical fibre bundle couplers, *AGARD Conf. Paper Proc.* 219, 44.1-44.13, (1977).
- [32] O.D.D. Soares, Analysis and alignment of cyclic interferometers, *J. Physics E.*, vol. 11, pp. 773-776, 1978
- [33] G. Goldmann and H.H. Witte, Holograms as optical branching elements, *Opt. & Quant. Electrom*, 9, 75-78 (1977).
- [34] T. Yoshino, T. Kubota and T. Ose, Holographic coupler for monomode fiber, *Applied Optics*, 22, no. 12, 1800-1801, (1983).
- [35] H. P. Herzig, Holographic Optical Elements (HOE) for Semiconductor Lasers, *Optics Communications*, 58, no. 3, 144-148, (1986).
- [36] G. Hatakoshi and S. Tanaka, Coupling of two cylindrical guided waves in optical waveguide Bragg grating lenses, *J. Opt. Soc. Am.* 71, 121, (1981).
- [37] N. Nishihara, Efficiency of a holographic wave-front converter, *Applied Optics*, 21, no. 11, 1995-2000 (1982).

- [38] A.M.P.P. Leite, O.D.D. Soares, E. Ash, Optical -fibre-bundle holographic coupler, *Microwaves, Optics and Acoustics*, 2, no. 2, 45-54, (1978).
- [39] O.D.D. Soares, C. Liegeois, G.C. Righini, Holographic Interconnectors, *Optical Interconnections*, Proc. SPIE, 862, 107-114, (1987).
- [40] E. Schulze, Reconfigurable optical interconnections using dynamic optoelectronic holograms, *Optical Interconnections*, Proc. SPIE, 862, 50-57, (1987).
- [41] A.A. Friesem, Y. Katzir, Z. Ray-Noy, B. Sharon, Photoconductor-thermoplastics devices for holographic nondestructive testing. *Opt. Eng.*, vol. 19, no. 5, 659-665, (1980).
- [42] M.R. Feldman, S.C. Esener, C.C. Guest, S.H. Lee, Comparison between optical and electrical interconnects based on power and speed considerations, *Appl. Opt.*, vol. 27, no. 9, 1742-1751, (1988).
- [43] A.K. Ghatak and K. Thyagarajan, *Contemporary Optics*, Plenum Press. New York and London, 1980.
- [44] R.F. Alvarez-Estrada and M.L. Calvo, Inhomogeneous slab and cylindrical dielectric waveguides with discontinuous permittivities: propagation modes, *Optica Acta*, vol. 2, No. 5, 667-684 (1982).
- [45] N.K. Uzunoglu and A.R. Holt, The scattering of electromagnetic radiation from dielectric scatterers, *J. Phys. A. Math. Gen.*, vol. 10 no. 3, 413-424, (1977).
- [46] M. Kerker and E. Matijevic, Scattering of Electromagnetic Waves from Concentric Infinites Cylinders, *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 51, no. 5, 506-508, (1961).

- [47] L.S. Watkins, Scattering from side-illuminated clad glass fibers for determination of fiber parameters, *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 64, no. 6, 767-772, (1974).
- [48] T. Suhara, N. Nishihara and J. Koyama, Far radiation field emitted from an optical fiber and its application to holography, the Transactions of the IECE of Japan, vol. E60, no. 10, 533-540, 1977.
- [49] D. Gloge, Weakly Guiding fibers, *Appl. Opt.*, vol. 10, 2252-2258 (1971).
- [50] E. Brinkmeyer, *Appl. Optics*, vol.16, 2802, 1977.
- [51] E. Brinkmeyer, *Appl. Optics*, vol.17, 14, 1978.
- [52] N.K. Uzunoglu, N.G. Alexopoulos and J.G. Fikioris, Scattering from thin and finite dielectric fibers. *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 68, no. 2, 194-197, (1978).
- [53] N.K. Uzunoglu, *Theoretical Calculations of Scattering of Electromagnetic waves from precipitation particles*. Ph. D. Thesis, Colchester, England.(unpublished in 1977).
- [54] P.M. Morse, and H. Feshbach, *Methods of Theoretical Physics*. Ed. McGraw-Hill, New York (1968).
- [55] R.G. Newton, *Scattering of waves and particles*, Ed. McGraw-Hill, New York (1964). Chap. 3, Sec. 3.5.
- [56] R.F. Alvarez-Estrada, M.L. Calvo and P. Juncos del Egidio, Scattering of TM waves by dielectric fibres. Iterative and eikonal solutions, *Optica Acta*, vol. 27, no. 9, 1367-1378, (1980).
- [57] R.J. Glauber, High-Energy Collision Theory en *Lectures in Theoretical Physics*, vol.1, edited by W.E. Brittin and L.G. Dunham, Interscience New York, 1959, pp. 340-343.

- [58] M.L. Calvo and P. Juncos, Bidimensional scattering of TM waves by an optical fiber: Eikonal approximation, *Proc. SPIE, Optics and Photonics Applied to Communication and Processing*, vol. 213, 35-37, (1979).
- [59] S. Chandrasekhar, *Radiation Transfer*, Dover Publications, Inc., N.Y. 1960, Cap.1, sec. 16.
- [60] S. Jegannathan, B. Ramamurthi, Scattering from a circular dielectric cylindrical shell: a fast algorithm, *Electronics Letters*, vol. 26, no. 7, 484-485, 1990.
- [61] J.H. Richmond,, Scattering by a dielectric cylinder of arbitrary cross-sectional shape, *IEEE Trans. AP-13*, 334-341, 1965.
- [62] R. J. Collier, C. B. Burckhardt, L. H. Lin, *Optical Holography*, ed. Academic Press, New York and London (1971).
- [63] S.A. Collins, Jr. y H.J. Caulfield, Optical holographic interconnects: categorization and potential efficient passive resonated holograms. *J. Opt. Soc. Am. A.*, vol. 6, no. 10, 1568-1577, (1989).
- [64] J. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, Ed. McGraw-Hill Book Company, (1968).
- [65] M.L. Calvo and L. De Pedraza, Coupling condition in a hololens-optical fiber system:output signal optimization. *Proc. SPIE, Optical Interconnections*, vol. 862, 98-106, (1987).
- [66] M.L. Calvo and L. De Pedraza, Coupling efficiency in a holocoupler-optical fiber system, *Proc. SPIE, Laser Technologies in Industry*, vol. 952, 301-306, (1988).

- [67] M.L. Calvo and L. De Pedraza, Holographic coupler-optical fiber system: mathematical model for the coupling optimization, *Applied Optics*, vol. 28, no. 11, 2031-2038, (1989).
- [68] M.L. Calvo, L. De Pedraza and P.K. Mondal, Holographic Couplers for signal transmission in optical fibers: Optimization parameters, *Proc. Of the International Workshop Holography and Speckle Phenomena and their Industrial Applications*. Editor R.S. Sirohi, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 113-116, (1990).
- [69] M.L. Calvo and L. De Pedraza, Single Image and double image holographic coupler/optical fiber: A comparative study. *Applied Optics*, 1992 (en prensa).
- [70] J. Liñares and C. Gómez-Reino, Focal curves generated by one dimensional gradient-index tapers. *Opt. Lett.*, vol. 15, No. 22, 1258-1260 (1990).
- [71] R.N. Bracewell, *The Fourier transform and its applications*, 2nd Edition. Mc. Graw-Hill, N.Y. 1978, Chapter 6.
- [72] T. Carleman, *L'intégrale de Fourier et questions qui s'y rattachent*, Ed. Almqvist and Wiksells, Uppsala, Suecia, 1944.
- [73] L. Abellanas, A. Galindo. *Introducción a la Teoría de Operadores Lineales en Espacios de Hilbert*, Universidad Complutense de Madrid, Facultad de Ciencias, Madrid, 1976, GIFT: Servicio de Información Científica, Facultad de Ciencias, Universidad de Zaragoza, Zaragoza (Spain).
- [74] M.L. Calvo, P. Cheben and M. Ulibarrena, "High-efficiency off-axis holographic coupler", *Opt. Comm.*, vol. 88, n° 1 (1992).

- [75] C.C. Constantinou and R.C. Iones. Path integral and analysis of the linearly tapered graded-index waveguide. *J. Phys. D.: Appl. Phys.*, vol. 24, 839-848 (1991).
- [76] M.L. Calvo and L. De Pedraza, Holographic coupler/GRIN medium: characterization of the coupling optimization. *Proc. SPIE, Holographic Optics II: Principles and Applications*, vol. 1136, 140-145, (1989).
- [77] M.L. Calvo and L. De Pedraza, Restrictions on the geometry of the reference wave in holocoupler devices. *Holographic Optics III: Principles and Applications*. G. M. Morris, Editor, *Proc. SPIE* 1507, 288-301, (1991).
- [78] C. Gómez-Reino and J. Liñares, Paraxial Fourier transforming and imaging properties of a GRIN lens with resolution symmetry: GRIN lens law. *Applied Optics*, vol. 25, no. 19, 3118-3124, (1986).
- [79] D. Bertilone, A. Ankiewicz, and C. Pask, Wave propagation in a graded-index taper. *Applied Optics*, vol. 26, no. 11, 2213-2221, (1987).
- [80] D. Bertilone, Modification of the focused field in a parabolic index medium by slow axial tapering. *Applied Optics*, vol. 27, no. 9, 1862-1868, (1988).
- [81] A.K. Ghatak and K. Thyagarajan, *Optical Electronics*, Cambridge University Press, Cambridge, 1989, Chap. 9, Sec. 9.5.
- [82] P.St.J. Russell, Optical Volume Holography, *Physics Reports (Phys. Lett.)*, vol. 71, No. 4, 209-312 (1981).
- [83] P.St. J. Russell, Reconstruction fidelity from volume holograms of finite width and variable index modulation, *J. Opt. Soc. Am.* vol. 69, no. 4, 496-503.

- [84] C.-Y. Han, Y. Ishii, and Kazumi Murata, Reshaping collimated laser beams with gaussian profile to uniform profiles. *Applied Optics*, vol. 22, no. 22, 3644-3647, (1983).
- [85] M. T. Eismann, A.M. Tai, and J.N. Cederquist, Iterative design of a holographic beamformer. *Applied Optics*, vol. 28, no. 13, 2641-2650, (1980).
- [86] O.D.D. Soares, Holographic Coupler for Waveguide Arrays. Ph. D. Thesis, Physical Electronics Group, Department of Electronic and Electrical Engineering, University College London, 1976.
- [87] R.R.A. Syms, "Practical Volume Holography". Oxford Science Publications, 1990, Cap. 9.
- [88] O.D.D. Soares, A.L.V.S. Lage, A.O.S. Gomes, J.C.D.M. Santos, Dynamical Digital Memory for Holography, Moire and E.S.P.I. *Optical Metrology, coherent and incoherent optics for metrology, sensing and control in science, industry and Biomedicine*, edited by O.D.D. Soares, NATO ASI Series, Martinns Nijhoff Publishers, Boston, Dordrecht and Lancaster, (1987).
- [89] O.D. Soares, S.P. Almeida, L.M. Bernadro, Holography in biosciences. *BIOPTICS, Optics in Biomedicine and Environmental Sciences*. O.D.D. Soares / A.M. Scheggi / editors. EOS. European Optical Society. The European Institute for Advanced Studies in Optics University of Porto. SPIE, Proceedings Series SPIE, vol. 1524, USA, (1992).

- [90] A.O. Gomes, A.L. Lage, L.A. Serra, O.D. Soares, Projected Fringes topography for spinal deformity analysis. *BIOPTCIS, Optics in Biomedicine and Environmental Sciences*. O.D.D. Soares / A.M. Scheggi / editor. EOS - European Optical Society. The European Institute for Advanced Studies in Optics. University of Porto. SPIE, Proceedings Series. SPIE, vol. 1524, USA, (1992).
- [90] H. Podbielska, H. Kasprzak, G. von Bally, *Holographic investigation of different types of surgical fixating devices*. *Laser Technologies in Industry*, Proc. SPIE, 952, 843-849, (1988).
- [91] A. Kojima, R. Ogawa, N. Izuchi, M. Yamamoto, T. Nishimoto, T. Matsumoto, Deformation measurement of the bone fixed with external fixator using holographic interferometry, *Holography, Interferometry and Optical Pattern Recognition in Biomedicine*, Proc. SPIE, 1429, 162-171, (1991).
- [92] M. Maeta, S. Kawakami, T. Ogawara, Y. Masada, Vibration analysis of the tympanic membrane with a ventilation tube and a perforation by holography, *Holography, Interferometry and Optical Pattern Recognition in Biomedicine*, Proc. SPIE, 1429, 152-161, (1991).
- [93] G. von Bally, *Holography in Medicine*, *Laser Research in Medicine*, Proc. ICALEO'87, 60, (1987).
- [94] G. von Bally, *Holography in Medicine and Biology-State of the Art and the Problem of Increasing Militarization*, *Optical Metrology, Coherent and Incoherent Optics for Metrology, Sensing and Control in Science, Industry and Biomedicine*, edited by O.D.D. Soares, NATO ASI Series, Martinus Nishoff publishers, Boston, Dordrecht and Lancaster, (1987).

- [95] G. von Bally, Holographic Endoscopy, *Laser Research in Medicine*, Proc. ICALEO'87, 60, 127-133, (1987).
- [96] G. von Bally, Micro-optics and Holography, *Micro-Optics*, Proc. SPIE, 1014, (1988).
- [97] G. van Bally, Holographic Endoscopy, *Laser Technologies in Industry*, Proc. SPIE, 952, 850-856, (1988).
- [98] G. von Bally, E. Brune, and W. Mette, Holographic endoscopy with gradient-index optical imaging systems and optical fibers, *Applied Optics*, vol. 25, no. 19, 3425-3429, (1986).
- [99] H. Podbielska, Trends in Holographic Endoscopy, *Holography, Interferometry, and Optical Pattern Recognition in Biomedicine*, Proc. SPIE, 1429, 207-213, (1991).

APENDICE A

ACOTACION INFERIOR A LA FASE DE LA ONDA DE REFERENCIA

Sea

$$G = 2R^2 [1 - \cos(\varphi_1)] [\sin(-\varphi_2 + 2\vec{k}_r \cdot \vec{r})] - \sin(2\vec{k}_r \cdot \vec{r}) + \sin(\varphi_2) - \sin(\varphi_2) \quad (A.1)$$

De la igualdad:

$$G = 0 \quad (A.2)$$

se obtiene:

$$2R^2 [1 - \cos(\varphi_1)] [\sin(-\varphi_2 + 2\vec{k}_r \cdot \vec{r}) - \sin(2\vec{k}_r \cdot \vec{r}) + \sin(\varphi_2)] = \sin(\varphi_2) \quad (A.3)$$

Operando:

$$\begin{aligned} 2R^2 [\sin(2\vec{k}_r \cdot \vec{r}) \cos(\varphi_2) - \cos(2\vec{k}_r \cdot \vec{r}) \sin(\varphi_2) - \\ - \sin(2\vec{k}_r \cdot \vec{r}) + \sin(\varphi_2)] - 2R^2 \cos(\varphi_1) [\sin(2\vec{k}_r \cdot \vec{r}) \cos(\varphi_2) - \\ - \cos(2\vec{k}_r \cdot \vec{r}) \sin(\varphi_2) - \sin(2\vec{k}_r \cdot \vec{r}) + \sin(\varphi_2)] = \sin(\varphi_2) \end{aligned} \quad (A.4)$$

Dividiendo por $\sin(\varphi_2)$ y operando,

$$\begin{aligned} 2R^2 \sin(2\vec{k}_r \cdot \vec{r}) \cotg(\varphi_2) - 2R^2 \cos(2\vec{k}_r \cdot \vec{r}) - \\ - 2R^2 \frac{\sin(2\vec{k}_r \cdot \vec{r})}{\sin(\varphi_2)} - 2R^2 \cos(\varphi_1) \sin(2\vec{k}_r \cdot \vec{r}) \cotg(\varphi_2) + \\ + 2R^2 \cos(\varphi_1) \cos(2\vec{k}_r \cdot \vec{r}) + 2R^2 \cos(\varphi_1) \frac{\sin(2\vec{k}_r \cdot \vec{r})}{\sin(\varphi_2)} - \\ - 2R^2 \cos(\varphi_1) = 1 - 2R^2 \end{aligned} \quad (A.5)$$

Para $R^2 = 1$,

$$\begin{aligned} \cos(2\vec{K}_r \cdot \vec{r}) [\cos(\varphi_1) - 1] + \frac{\sin(2\vec{K}_r \cdot \vec{r})}{\sin(\varphi_2)} [\cos(\varphi_1) - 1] - \\ - \sin(2\vec{K}_r \cdot \vec{r}) \cotg(\varphi_2) [\cos(\varphi_1) - 1] = \cos(\varphi_1) - 1/2 \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Dividiendo por $\cos(\varphi_1) - 1$,

$$\begin{aligned} \cos(2\vec{K}_r \cdot \vec{r}) + \frac{\sin(2\vec{K}_r \cdot \vec{r})}{\sin(\varphi_2)} - \sin(2\vec{K}_r \cdot \vec{r}) \cotg(\varphi_2) - 1 = \\ = \frac{1}{2[\cos(\varphi_1) - 1]} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Como es $\cos(\varphi_1) - 1 \leq 0$, se obtiene

$$\begin{aligned} \frac{1}{2[\cos(2\vec{K}_r \cdot \vec{r}) + \frac{\sin(2\vec{K}_r \cdot \vec{r})}{\sin(\varphi_2)} - \sin(2\vec{K}_r \cdot \vec{r}) \cotg(\varphi_2) - 1]} \leq 0 \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

De donde:

$$\cos(2\vec{K}_r \cdot \vec{r}) + \frac{\sin(2\vec{K}_r \cdot \vec{r})}{\sin(\varphi_2)} - \sin(2\vec{K}_r \cdot \vec{r}) \cotg(\varphi_2) \leq 1 \quad (\text{A.9})$$

O bien:

$$-\sin(2\vec{K}_r \cdot \vec{r} - \varphi_2) + \sin(2\vec{K}_r \cdot \vec{r}) \leq \sin \varphi_2 \leq 1 \quad (\text{A.10})$$

Al ser:

$$\begin{aligned} \sin(2\vec{K}_r \cdot \vec{r}) \leq 1 \\ \sin(2\vec{K}_r \cdot \vec{r} - \varphi_2) \leq 0 \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

De donde

$$2\vec{K}_r \cdot \vec{r} \geq \varphi_2 \quad (\text{A.12})$$

APENDICE B

LISTA DE SIMBOLOS

$n(\underline{x})$: índice de refracción

$\epsilon(\underline{x}) = n^2(\underline{x})$: permitividad.

$\vec{\rho}$, ρ : variable radial definida en el plano transversal
(vectorial, escalar).

θ : variable angular en coordenadas polares (ángulo de scattering).

$\left. \begin{array}{l} \phi(x_i) \\ \varphi(x_i) \end{array} \right\}$ fase de una onda, $i=1,2,3$

R : radio constante en una guía de ondas.

R_1 : radio del núcleo de una fibra óptica.

R_2 : radio de la capa externa de una fibra óptica.

$\left. \begin{array}{l} U = (K^2 n_c^2 - \beta^2)^{1/2} \\ v = (\beta^2 - K^2 n^2)^{1/2} \end{array} \right\}$ parámetros modales

(x_1, x_2, x_3) : coordenadas cartesianas $\begin{cases} x_1 = y \\ x_2 = x \\ x_3 = z \end{cases}$

β : constante de propagación en una guía de ondas.

$|\vec{K}| = K = \frac{2\pi}{\lambda}$

\vec{K} : vector de ondad

λ : longitud de onda

$H_0^{(1)}$: función de Hankel de primera clase y orden cero.

$H_0^{(2)}$: función de Hankel de segunda clase y orden cero.

J_n : Función de Bessel de orden n .

K_n : función de Hankel modificada de orden n .

$T_{eik}(\vec{k}', \vec{k})$: amplitud de la onda de scattering en aproximación eikonal.

$\Delta = \frac{c_1 - c_2}{2c_1}$: Altura del perfil del índice de refracción.

$c_1 = n_1^2$ permitividad del núcleo

$c_2 = n_2^2$ permitividad de la capa externa

n_1 : índice de refracción del núcleo

n_2 : índice de refracción de la capa externa.

$T^{(1)}(\vec{k}', \vec{k}, x_1)$: amplitud de scattering en aproximación eikonal producida por una capa concentrica arbitraria de radio variable.

ϕ : angulo que forman la recta de ondas incidente \vec{k} y el vector de posición en la sección de la fibra $\vec{\rho}$

U_{i1} : onda objeto incidente en el holograma i ,, $i=1,2$,

U_{R1} : onda de referencia incidente en el holograma i ,, $i=1,2$.

T_i : amplitud de transmitancia del holograma i ,, $i=1,2$.

U_c : campo transmitido por el primer holograma

U_r : campo transmitido por el segundo holograma.

x_{ij} : coordenada j de la sección transversal de la fibra i ,,
 $i, j=1,2$.

$\varphi_i(x_{2i})$: fase de la onda i ,, $i=1,2$.

$\vec{k}_r \cdot \vec{r}$: fase de una onda de referencia plana monocromática

$a_{ri} = \cos [\varphi_i(x_{2i})]$: argumento de la fase φ_i de la onda i ,
 $i=1,2$.

$g(z) = \frac{1}{\rho(z)}$: función de estratificación de una lente GRIN.

L : longitud de estrato.

\vec{r} : vector de posición tridimensional.

\underline{b} : vector bidimensional en el plano (x,z)

b: parámetro de impacto.

α : variable azimutal (ángulo que forma la proyección de \vec{k} con el eje z).

\vec{k}_y : vector unitario a lo largo del eje y

\vec{k}_z : vector unitario a lo largo del eje z

\vec{i} : vector unitario a lo largo del eje x

U_i : onda de salida de la lente GRIN i, $i=1,2$.

ω_0 : anchura mínima del haz gaussiano.

$\omega(z) = \omega_0^2 \left[1 + \frac{\lambda^2 z^2}{\pi^2 \omega_0^4} \right]$: anchura del haz gaussiano, dependiente de la variable de propagación z.

$R(z) = z \left(1 + \frac{k^2 \omega_0^4}{4z^2} \right)$: radio de curvatura del haz gaussiano.

ω_{0R} : anchura mínima del haz de referencia gaussiano.

$\omega_R(z_R)$: anchura del haz de referencia gaussiano.

$\omega_M(z')$: anchura modificada del haz gaussiano emergente del holograma.

z' : distancia de propagación a partir del holograma.

z'' : distancia de reposicionamiento del holograma.

$\omega_M(z'')$: anchura del haz gaussiano emergente del holograma reposicionado.

EE DE ERRATAS

En la página 1 agradecimientos dice: DOS y debe decir: dos.

En la página 6 dice: (2 espejos) y debe decir: (cuatro espejos).

En la página 17 dice: explítica y debe decir: explícita.

En la página 19 dice: alinear con Acoplador Holográfico y debe decir: alinear un Acoplador Holográfico.

En la página 21 dice: Thyagasaran y debe decir: Thyagarajan.

En la página 31 dice: la ecuación (I.14) admite dos tipos de soluciones y debe decir: la ecuación (I.13) admite dos tipos de soluciones.

En la página 33 dice: Franhofer y debe decir: Fraunhofer.

En la página 40 dice: aplicando la aproximación de campo lejano a la integral de scattering (I.5) y debe decir: aplicando la aproximación de campo lejano a la integral de scattering (I.31).

En la página 41 dice: fibras con perfil dado en la ecuación (I.12) y debe decir: fibras con perfil dado en la ecuación (I.32).

En la página 103 dice: sob y debe decir: son.

En la página 105 dice: simultáneamente ... y debe decir: i) la respuesta a varios estímulos actuando simultáneamente ...

En la página 106 dice: transformación y, por tanto, el teorema de conservación de la energía (ya que se puede interpretar ...) y debe decir: energía (ya que se puede interpretar ...).

En la página 113 debe decir: a) en la gráfica inferior y b) en la gráfica superior.

En la página 114 debe decir: a) en la gráfica inferior y b) en la gráfica inferior.

En la página 194 dice: $104.0 \mu\text{m}$ y debe decir: $10^4 \mu\text{m}$.

En la página 120 dice: lentes de GRIN y debe decir: lentes GRIN.

En la página 121 dice: procentaje y debe decir: porcentaje.

En la página 124 dice: comportamiento constante dado por (III.3), cuando en el límite $z \rightarrow 0$ la función de estratificación ... y debe decir: comportamiento constante dado por (III.3) en el límite $z \rightarrow 0$; la función de estratificación ...

En la página 140 dice: la señal transmitida por el holograma y debe decir: la señal transmitida por el primer holograma.

En la página 146 dice: en el proceso de acoplo según Newton, [55]. Se define ... y debe decir: en el proceso de acoplo. Según Newton [55], se define ...

En la página 158 dice: También se analiza ... objeto. Finalmente ... Y debe decir: También se analiza el acoplador holográfico de la señal emergente del laser a una lente GRIN reconstruido con onda gaussiana, encontrando que el dispositivo actúa como focalizador del haz transmitido por los hologramas sin necesidad de imponer las condiciones de acoplo. Finalmente ...

En la página 164 dice: onda de referencia de amplitud plana y debe decir: onda de referencia plana (con amplitud constante).

En la página 175 dice: ha sido registrado con la señal de salida de la fibra como onda objeto ... y debe decir: ha sido registrado con la señal de salida de la lente GRIN como onda objeto ...

En la página 178 dice: (figura 71 b) y debe decir: (figura 69 b).

En la página 178 dice: (figura 69) y debe decir: (figura 69 a).

En la página 197 dice: $Z = Z'_R$ y debe decir: $Z = Z_R$.

En la página 203 dice: confituración y debe decir: configuración.

En la página 210 dice: objetivo de aumento fox y debe decir: objetivo de aumento 10X.

En la página 214 dice: en el camino de ida de la placa de cristal y debe decir: en el camino de ida en la placa de cristal.

En la página 222 dice: mucho más intentar y debe decir: mucho más intensas.

En la página 226 dice: para materiales de registro convencionales Soares et al. ... Calvo et al. ... y debe decir: para materiales de registro convencionales. Calvo et al. ...

En la página 231 dice: tubo de Falopio y debe decir: trompa de Falopio.

En la página 233 dice: ondas de referencia plnas y debe decir: ondas de referencia planas.

En la página 233 dice: Se ha extendido el tratamiento el registro ... y debe decir: Se ha extendido el tratamiento al registro ...

En la página 244 dice: Envrnmental y debe decir: Environmetal.

En la página 245 dice: O.D.D. Soares / A.M. Scheggi / editor y debe decir: O.D.D. Soares / A.M. Scheggi / editors.

Donde dice: alineamiento debe decir: alineación.

Donde dice: converger debe decir: convergir.

Donde dice: amplitud de transmitancia debe decir: transmitancia en amplitud.